

1 ประพจน์ ตัวเชื่อม และภาษาของเงื่อนไข

1.1 ประพจน์และค่าความจริง

ประพจน์ คือประโยคบอกเล่าหรือปฏิเสธที่มีค่าความจริงแน่นอนเพียงค่าเดียวในบริบทที่กำหนด

$$T = \text{จริง} \quad F = \text{เท็จ}$$

ให้ p, q, r แทนประพจน์ ส่วน $\neg p$ อ่านว่า “นิเสธของ p ” ซึ่งมีค่าตรงข้ามกับ p

- คำถาม คำสั่ง และข้อความที่ยังมีตัวแปรอิสระ ไม่เป็นประพจน์
- ข้อความที่ยังไม่ทราบว่าจริงหรือเท็จ อาจเป็นประพจน์ได้หากมีค่าความจริงแน่นอน

ตัวอย่างย่อ $2 + 3 = 5$ เป็นประพจน์จริง ส่วน $x + 3 = 5$ ยังมีตัวแปรอิสระ จึงเป็นประโยคเปิด

1.2 ตัวเชื่อมและตารางค่าความจริง

คำว่า “หรือ” ใน $p \vee q$ รวมกรณีที่จริงทั้งคู่

รูป		ความหมาย	
$p \wedge q$		p และ q	
$p \vee q$		p หรือ q	
$p \rightarrow q$		ถ้า p แล้ว q	
$p \leftrightarrow q$		p ก็ต่อเมื่อ q	

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

$p \rightarrow q$ เท็จเฉพาะเหตุจริงแต่ผลเท็จ ส่วน $p \leftrightarrow q$ จริงเมื่อค่าของทั้งสองตรงกัน

1.3 ขอบเขตของตัวเชื่อมและวงเล็บ

คำนวณตามวงเล็บชั้นในก่อน แล้วจึงคำนวณตัวเชื่อมหลักที่เชื่อมประพจน์ผสมทั้งข้อความ

$$\neg(p \vee q) \wedge r$$

ตัวเชื่อมหลักคือ $\wedge$ โดยนิเสธครอบเฉพาะ $p \vee q$ ไม่ครอบ r

- ควรใส่วงเล็บเมื่อมีตัวเชื่อมต่างชนิดหรือมีเงื่อนไขซ้อน เพื่อระบุความหมายแน่นอน

1.4 แปลภาษาโดยรักษาทิศของเงื่อนไข

ข้อความ	รูปสัญลักษณ์
ถ้า p แล้ว q	$p \rightarrow q$
p เฉพาะเมื่อ q	$p \rightarrow q$
p เมื่อ q	$q \rightarrow p$
p เพียงพอสำหรับ q	$p \rightarrow q$
q จำเป็นสำหรับ p	$p \rightarrow q$
p เป็นเงื่อนไขจำเป็นและเพียงพอของ q	$p \leftrightarrow q$
p แต่ไม่ q	$p \wedge \neg q$



ตัวอย่างย่อ “จำนวนที่หารด้วย 4 ลงตัว ต้องหารด้วย 2 ลงตัว” ให้ p แทนหารด้วย 4 ลงตัว และ q แทนหารด้วย 2 ลงตัว จึงได้ $p \rightarrow q$

1.5 เงื่อนไขที่เกี่ยวข้องกันสี่รูป

ชื่อ	รูปสัญลักษณ์
เงื่อนไขเดิม	$p \rightarrow q$
เงื่อนไขย้อนกลับ	$q \rightarrow p$
เงื่อนไขตรงข้าม	$\neg p \rightarrow \neg q$
แย้งกลับที่	$\neg q \rightarrow \neg p$

สัญลักษณ์ $\equiv$ หมายถึงสมมูล คือมีค่าความจริงตรงกันทุกกรณี

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

เงื่อนไขเดิมไม่สมมูลกับเงื่อนไขย้อนกลับโดยทั่วไป เช่น หารด้วย 2 ลงตัว ไม่จำเป็นต้องหารด้วย 4 ลงตัว

1.6 หรืออย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

ข้อความนี้จริงเมื่อ p, q มีค่าต่างกัน และต่างจาก “หรือ” ที่ยอมให้จริงทั้งคู่

$$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

เท็จในกรณี $(T, T), (F, F)$ และจริงในกรณี $(T, F), (F, T)$

2 กฎสมมูล การหานิเสธ และการลดรูป

2.1 ความสมมูลของรูปประพจน์

ให้ A, B เป็นรูปประพจน์ที่พิจารณาตัวแปรชุดเดียวกัน

$$A \equiv B \iff A \leftrightarrow B \text{ จริงทุกแถว}$$

ค่าต้องตรงกันทุกกรณี มิใช่เพียงค่าตรงกันในเงื่อนไขเฉพาะที่กำหนด

- หากล้างความสมมูลได้ด้วยแถวที่ค่าของ A, B ต่างกันอย่างน้อยหนึ่งแถว

2.2 กฎสมมูลพื้นฐาน

ในสูตรต่อไปนี้ T, F ใช้แทนค่าจริงและค่าเท็จคงที่

$$\neg\neg p \equiv p$$

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

เชื่อมด้วย “และ” เชื่อมด้วย “หรือ”

$$p \wedge T \equiv p \quad p \vee F \equiv p$$

$$p \wedge F \equiv F \quad p \vee T \equiv T$$

$$p \wedge p \equiv p \quad p \vee p \equiv p$$

$$p \wedge \neg p \equiv F \quad p \vee \neg p \equiv T$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

สมบัติสลับที่และเปลี่ยนหมู่ข้างต้นใช้กับ $\wedge, \vee$ ไม่ใช้กับ $\rightarrow$ โดยทั่วไป

2.3 รูปสมมูลของเงื่อนไขและสองทาง

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$(p \vee q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$$

$$(p \wedge q) \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$$

2.4 กฎเดอมอร์แกนและนิเสธตัวเชื่อม

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$$

นิเสธของ “ถ้า p แล้ว q ” คือ “ p จริง แต่ q เท็จ” ไม่ใช่การนิเสธทั้งเหตุและผล

ตัวอย่างย่อ นิเสธของ “อ่านหนังสือและทำแบบฝึกหัด” คือ “ไม่อ่านหนังสือหรือไม่ทำแบบฝึกหัด”

2.5 นิเสธความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ให้ a, b เป็นจำนวนจริง

ข้อความ	นิเสธ	ข้อความ	นิเสธ
$a = b$	$a \neq b$	$a \neq b$	$a = b$
$a < b$	$a \geq b$	$a \leq b$	$a > b$
$a > b$	$a \leq b$	$a \geq b$	$a < b$

นิเสธต้องครอบคลุมทุกกรณีที่ข้อความเดิมเท็จ เช่น นิเสธของ $x > 0$ คือ $x \leq 0$ ซึ่งรวม $x = 0$

2.6 แนวทางลดรูปประพจน์

A	$\equiv$	B	$\equiv$	C
-----	----------	-----	----------	-----

- แทน $\rightarrow, \leftrightarrow$ ด้วยรูปสมมูลเมื่อช่วยลดความซับซ้อน
- กระจายนิเสธด้วยเดอมอร์แกน แล้วใช้กฎแจกแจงเอกลักษณ์ หรือการตัดกลืน
- ทุกบรรทัดต้องสมมูลกับบรรทัดก่อนหน้า

ตัวอย่างย่อ ลดรูป $\neg(p \rightarrow q) \vee (p \wedge q)$

$$\neg(p \rightarrow q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$$

$$\equiv p \wedge (\neg q \vee q)$$

$$\equiv p \wedge T \equiv p$$

2.7 สมมูลกับนิเสธเป็นคนละความสัมพันธ์

$A \equiv B$ หมายถึงค่าตรงกันทุกกรณี ส่วน $A \equiv \neg B$ หมายถึงค่าตรงข้ามกันทุกกรณี

ตัวอย่างย่อ $p \rightarrow q$ สมมูลกับ $\neg q \rightarrow \neg p$ แต่มีนิเสธสมมูลกับ $p \wedge \neg q$

3 ตารางค่าความจริง เงื่อนไข และสัจนิรันดร์

3.1 สร้างตารางและอ่านตัวเชื่อมหลัก

ถ้ามีประพจน์อิสระต่างกัน n ตัว ต้องแจกแจงค่าทั้งหมด 2^n แถว โดยตัวแปรที่ซ้ำกันใช้ค่าเดียวกัน

$$p \rightarrow (q \wedge r)$$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T
F	F	F	F	T

เพิ่มคอลัมน์ย่อยตามวงเล็บ แล้วอ่านค่าจากคอลัมน์สุดท้าย ในตัวอย่างมีกรณีจริง 5 แถว

3.2 ย้อนเงื่อนไขจากค่าที่กำหนด

$$p \wedge q = T \implies p = q = T$$

$$p \vee q = F \implies p = q = F$$

$$p \rightarrow q = F \implies p = T, q = F$$

$$p \leftrightarrow q = T \implies p, q \text{ มีค่าตรงกัน}$$

$$p \leftrightarrow q = F \implies p, q \text{ มีค่าต่างกัน}$$

- $p \wedge q = F$ ไม่บังคับว่าเท็จทั้งคู่
- $p \vee q = T$ ไม่บังคับว่าจริงทั้งคู่
- $p \rightarrow q = T$ ยังสรุปค่า p หรือ q เพียงตัวเดียวไม่ได้

3.3 พิจารณาเงื่อนไขทุกข้อพร้อมกัน

เลือกเฉพาะแถวที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมด แล้วอ่านค่าข้อความที่ต้องการ

- เหลือแถวที่ให้ค่าเดียวกันทั้งหมด: ระบุค่าความจริงได้
- เหลือทั้งกรณีจริงและเท็จ: ยังระบุค่าเดียวไม่ได้
- ไม่เหลือแถว: เงื่อนไขขัดแย้งกัน

ตัวอย่างย่อ ถ้า $p \vee q = T$ และ $p = F$ จะได้ $q = T$ แต่ถ้าทราบเพียง $p \vee q = T$ ยังระบุค่า q ไม่ได้

3.4 จำแนกรูปประพจน์จากทุกแถว

ประเภท	เกณฑ์และตัวอย่าง
สัจนิรันดร์	จริงทุกแถว เช่น $p \vee \neg p$
ข้อขัดแย้ง	เท็จทุกแถว เช่น $p \wedge \neg p$
ไม่เป็นทั้งสองประเภท	มีทั้งจริงและเท็จ เช่น $p \rightarrow q$

การเป็นจริงภายใต้เงื่อนไขบางข้อ ไม่เพียงพอที่จะเป็นสัจนิรันดร์

3.5 ตรวจสอบสัจนิรันดร์ได้สามแนวทาง

- ตารางค่าความจริง: คอลัมน์สุดท้ายเป็น T ทุกแถว
- กฎสมมูล: ลดรูปจนได้ค่าคงที่ T
- หากกรณีเท็จ: สมมติรูปประพจน์เป็น F แล้วตรวจสอบว่ามีค่าตัวแปรที่สอดคล้องหรือไม่

ตัวอย่างย่อ ตรวจสอบ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ โดยสมมติเป็นเท็จ จึงต้องมี $p = T, q = F$ แต่ทำให้ $p \rightarrow q = F$ ขัดกับเหตุที่ต้องจริง จึงเป็นสัจนิรันดร์

3.6 นับกรณีจริงหลังลดรูป

ให้รูปเดิมมีประพจน์อิสระ n ตัว ลดรูปเหลือ k ตัว และมีแถวจริง m แถวจากตาราง k ตัวนั้น

$$\text{จำนวนกรณีจริงของรูปเดิม} = m \cdot 2^{n-k}$$

ตัวแปรที่ไม่ปรากฏหลังลดรูปยังเลือกค่าได้อิสระตัวละ 2 แบบ

ตัวอย่างย่อ รูปที่มีตัวแปรอิสระเดิม p, q, r ลดรูปเป็น $p \vee q$ มีแถวจริง 3 จาก 4 แถว จึงมีกรณีจริง $3 \cdot 2 = 6$ จาก 8 แถว เมื่อลดรูปเป็น T หรือ F จะมีกรณีจริง 2^n หรือ 0 ตามลำดับ

3.7 ตัวเชื่อมที่กำหนดใหม่

ต้องใช้นิยามของโจทย ไม่สมมติว่าสลับที่หรือเปลี่ยนหมู่ได้

ตัวอย่างย่อ ถ้านิยาม $p \star q \equiv \neg p \wedge q$ จะได้

p	q	$p \star q$
T	T	F
T	F	F
F	T	T
F	F	F

เมื่อ $p = T, q = F$ จะได้ $p \star q = F$ แต่ $q \star p = T$ จึงสลับที่ไม่ได้

4 ประโยคเปิดและตัวบ่งปริมาณ

4.1 ประโยคเปิดและเซตค่าความจริง

ให้ $P(x)$ เป็นประโยคเปิดบนเอกภพสัมพัทธ์ U และให้ A เป็นเซตค่าที่ทำให้ประโยคเปิดจริง

$$A = \{x \in U \mid P(x) \text{ จริง}\}$$

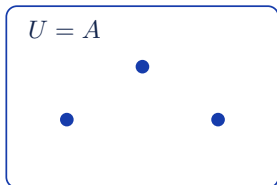
แทนตัวแปรอิสระครบ หรือครอบด้วยตัวบ่งปริมาณครบ จึงได้ประพจน์ โดยนิพจน์ต้องนิยามได้บน U

ตัวอย่างย่อ $P(x) : x^2 = 4$ มีเซตค่าความจริง $\{-2, 2\}$ เมื่อ $U = \mathbb{R}$ แต่มีเพียง $\{2\}$ เมื่อ U เป็นจำนวนเต็มบวก

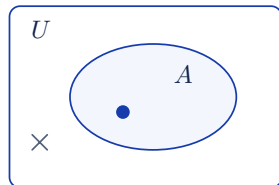
4.2 สำหรับทุกตัวและมีอย่างน้อยหนึ่งตัว

$$\forall x \in U P(x) \text{ จริง} \iff A = U$$

$$\exists x \in U P(x) \text{ จริง} \iff A \neq \emptyset$$



$$\forall x \in U P(x) : T$$



$$\exists x \in U P(x) : T$$

จุดสีน้ำเงินแทนค่าที่ทำให้ $P(x)$ จริง หากบาทแทนค่าที่ทำให้ $P(x)$ เท็จ

- $\forall$ อ่านว่า “สำหรับทุก” หักล้างได้ด้วยกรณีโต้แย้งหนึ่งตัว
- $\exists$ อ่านว่า “มีอย่างน้อยหนึ่ง” ยืนยันได้ด้วยค่าที่ทำให้ข้อความจริงหนึ่งค่า และอาจจริงทุกตัวได้

ใช้เอกภพไม่ว่า เว้นแต่ระบุเป็นอย่างอื่น บนเอกภพว่างข้อความ $\forall$ เป็นจริง ส่วน $\exists$ เป็นเท็จ

4.3 จำกัดตัวแปรให้อยู่ในกลุ่ม

ให้ $B \subseteq U$ โดยตัวแปร x พิจารณาบน U

$$\forall x \in B P(x) \equiv \forall x [x \in B \rightarrow P(x)]$$

$$\exists x \in B P(x) \equiv \exists x [x \in B \wedge P(x)]$$

ข้อความทุกตัวใช้ $\rightarrow$ ส่วนข้อความบางตัวใช้ $\wedge$ เพื่อยืนยันว่าค่าที่เลือกอยู่ในกลุ่มนั้นจริง $\exists x [x \in B \rightarrow P(x)]$ อาจจริงจาก $x \notin B$ จึงไม่ยืนยันว่ามีสมาชิกของ B ที่มีสมบัติ P

4.4 นิเสธตัวบ่งปริมาณ

$$\neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$$

$$\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$$

ตัวอย่างย่อ นิเสธของ “ทุกคนส่งงาน” คือ “มีอย่างน้อยหนึ่งคนไม่ส่งงาน” ไม่ใช่ “ทุกคนไม่ส่งงาน”

4.5 ตัวบ่งปริมาณสองชั้น

ให้ $x \in X, y \in Y$ และ $R = R(x, y)$ โดยแถวแทน x และคอลัมน์แทน y

รูปข้อความ	เกณฑ์ตรวจสอบตาราง
$\forall x \forall y R$	ทุกช่องจริง
$\exists x \exists y R$	มีช่องจริงอย่างน้อยหนึ่งช่อง
$\forall x \exists y R$	ทุกแถวมีช่องจริง
$\exists x \forall y R$	มีแถวหนึ่งจริงทุกช่อง
$\exists y \forall x R$	มีคอลัมน์หนึ่งจริงทุกช่อง

		y			
		1	2	3	
x	1	T	F	F	←
	2	F	T	F	←
	3	F	F	T	←

ภาพใช้ $X = Y = \{1, 2, 3\}$ และ $R(x, y) : x = y$ จึงได้

$\forall x \exists y R$ เป็นจริง แต่ $\exists y \forall x R$ เป็นเท็จ

- $\forall x \exists y$: ค่า y ที่ทำให้ข้อความจริงเปลี่ยนตาม x ได้
- $\exists y \forall x$: ต้องใช้ y เดียวได้กับทุก x

4.6 สลับลำดับและนิเสธหลายชั้น

ตัวบ่งปริมาณชนิดเดียวกันสลับลำดับได้ เมื่อคงเอกภพของแต่ละตัว ส่วนต่างชนิดสลับไม่ได้โดยทั่วไป

$$\forall x \forall y R \equiv \forall y \forall x R$$

$$\exists x \exists y R \equiv \exists y \exists x R$$

นิเสธโดยเปลี่ยนตัวบ่งปริมาณทุกตัว คงลำดับตัวแปรและเอกภพเดิม แล้วนิเสธข้อความภายใน

$$\neg \forall x \exists y R \equiv \exists x \forall y \neg R$$

$$\neg \exists x \forall y R \equiv \forall x \exists y \neg R$$

4.7 การแจกแจงที่ใช้ได้ทั่วไป

ให้ $P = P(x), Q = Q(x)$ มีเอกภพเดียวกัน

$$\forall x (P \wedge Q) \equiv (\forall x P) \wedge (\forall x Q)$$

$$\exists x (P \vee Q) \equiv (\exists x P) \vee (\exists x Q)$$

โดยทั่วไป $\forall$ ไม่แจกแจงผ่าน $\vee$ และ $\exists$ ไม่แจกแจงผ่าน $\wedge$ เพราะค่าที่ทำให้แต่ละข้อความจริงอาจต่างกัน

ตัวอย่างย่อ บน $U = \{0, 1\}$ ให้ $P(x) : x = 0, Q(x) : x = 1$ ต่างมีค่าที่ทำให้จริง แต่ไม่มี x ที่ทำให้ $P(x) \wedge Q(x)$ จริง

5 การให้เหตุผล กรณิโต้แย้ง และการประยุกต์

5.1 อุปนัยและนิรนัย

- **อุปนัย:** สังเกตหลายกรณีแล้วสร้างข้อคาดการณ์ ซึ่งอาจมีกรณีโต้แย้ง
 - **นิรนัย:** อนุมานจากเหตุและกฎที่ยอมรับ โดยตรวจสอบรูปแบบการให้เหตุผลได้
- อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์เป็นวิธีพิสูจน์แบบนิรนัย มิใช่เพียงการสังเกตแบบรูป

5.2 เกณฑ์ความสมเหตุสมผล

ให้ $H_1, \dots, H_k$ เป็นเหตุ และ C เป็นผล การอ้างเหตุผลสมเหตุสมผลเมื่อเหตุจริงทุกข้อแล้วผลต้องจริง

$$(H_1 \wedge \dots \wedge H_k) \rightarrow C \equiv T$$

กรณีโต้แย้ง: $H_1 = \dots = H_k = T, C = F$

$$H_1 = \dots = H_k = T$$

$\wedge$

$$C = F$$

ความสมเหตุสมผลเป็นสมบัติของรูปแบบ ไม่ยืนยันว่าเหตุเป็นข้อเท็จจริง หากเหตุขัดแย้งกัน จะไม่มีกรณีเหตุจริงพร้อมกัน จึงไม่มีกรณีโต้แย้งตามนิยาม

5.3 กฎอนุมานพื้นฐาน

ให้ p, q, r แทนประพจน์

เหตุที่จริงพร้อมกัน	ผลที่อนุมานได้
$p \rightarrow q, p$	q
$p \rightarrow q, \neg q$	$\neg p$
$p \rightarrow q, q \rightarrow r$	$p \rightarrow r$
$p \vee q, \neg p$	q
$p \wedge q$	p และ q แยกกัน
p, q	$p \wedge q$
$p \vee r, p \rightarrow q, r \rightarrow q$	q

ตัวอย่างย่อ จาก $p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r$ ได้ $\neg q$ แล้วได้ $\neg p$ ตามลำดับ

5.4 รูปที่สรุปผลไม่ได้

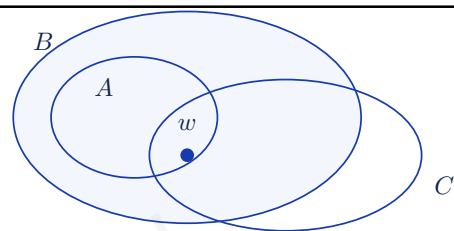
เหตุ	ผลที่อ้าง	ข้อผิดพลาด
$p \rightarrow q, q$	p	ยืนยันผล
$p \rightarrow q, \neg p$	$\neg q$	ปฏิเสธเหตุ

ทั้งสองรูปมีกรณีโต้แย้ง $p = F, q = T$ ซึ่งทำให้เหตุจริงครบ แต่ผลที่อ้างเป็นเท็จ

5.5 ข้อความเกี่ยวกับกลุ่มและสมาชิก

ให้ A, B เป็นเซตของสมาชิกที่มีสมบัติที่สนใจบนเอกภพเดียวกัน

ข้อความ	ความสัมพันธ์
ทุกสมาชิกของ A อยู่ใน B	$A \subseteq B$
ไม่มีสมาชิกของ A อยู่ใน B	$A \cap B = \emptyset$
บางสมาชิกของ A อยู่ใน B	$A \cap B \neq \emptyset$
บางสมาชิกของ A ไม่อยู่ใน B	$A - B \neq \emptyset$



ภาพแสดง $A \subseteq B$ และสมาชิก $w \in A \cap B$ จึงได้ $w \in B \cap C$

- $A \subseteq B$ เพียงอย่างเดียว ไม่รับรองว่า A มีสมาชิก
- สมาชิกที่ทำให้ข้อความ “บางตัว” ต่างข้อความเป็นจริง อาจไม่ใช่สมาชิกเดียวกัน

5.6 จากประโยคเปิดสู่เซตคำตอบ

ให้ $P(x), Q(x)$ มีเซตค่าความจริง A, B ตามลำดับบน U

ประโยคเปิด	เซตค่าความจริง
$P(x) \wedge Q(x)$	$A \cap B$
$P(x) \vee Q(x)$	$A \cup B$
$\neg P(x)$	$U - A$
$P(x) \rightarrow Q(x)$	$(U - A) \cup B$

$$\forall x \in U [P(x) \rightarrow Q(x)] \text{ จริง} \iff A \subseteq B$$

ตัวอย่างย่อ ให้ $U = \mathbb{R}, P(x) : x^2 = 4$ และ $Q(x) : x > 0$ จะได้ $A = \{-2, 2\}, B = (0, \infty)$ ดังนั้น $P \wedge Q$ จริงเฉพาะ $x = 2$ และข้อความ $\forall x (P \rightarrow Q)$ เท็จเพราะ $x = -2$

5.7 เอกภพอนันต์และพารามิเตอร์

- หาช่วงค่าหรือเซตคำตอบด้วยพีชคณิต แล้วจึงตรวจ $\forall, \exists$ แทนการทดลองเพียงบางค่า
- ตรวจสอบโดเมนของเศษส่วน กรณิ และลอการิทึมก่อนใช้เป็นประโยคเปิด

ตัวอย่างย่อ ให้ $a \in \mathbb{R}$ ข้อความ $\forall x \in \mathbb{R} [x^2 + a \geq 0]$ จริงก็ต่อเมื่อ $a \geq 0$ เพราะ x^2 มีค่าต่ำสุด 0 ที่ $x = 0$