

สรุปเนื้อหา เรื่อง การแจกแจงความน่าจะเป็น

1 ตัวแปรสุ่ม ตารางการแจกแจง และฟังก์ชันสะสม

1.1 ตัวแปรสุ่มและค่าที่รับได้

ตัวแปรสุ่ม X กำหนดค่าจำนวนจริงให้แก่ผลลัพธ์ของการทดลองสุ่ม ผลลัพธ์ต่างกันอาจให้ค่า X เดียวกัน จึงต้องรวมโอกาสก่อนสร้างตาราง ตัวอย่างโยนเหรียญเที่ยงตรงสองครั้งอย่างอิสระ ให้ X นับจำนวนหัว โดย H คือหัว และ T คือก้อย

ผลลัพธ์	ค่า X
HH	2
HT, TH	1
TT	0

x	0	1	2
$P(X = x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

ไม่ต่อเนื่อง มีค่าที่นับได้ เช่น จำนวนหัว **ต่อเนื่อง** ใช้แบบจำลองพื้นที่ใต้กราฟ เช่น เวลาและความยาว

1.2 เงื่อนไขของตารางความน่าจะเป็น

ให้ X รับค่า $x_1, \dots, x_m$ และ $p_i = P(X = x_i)$

$$p_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^m p_i = 1$$

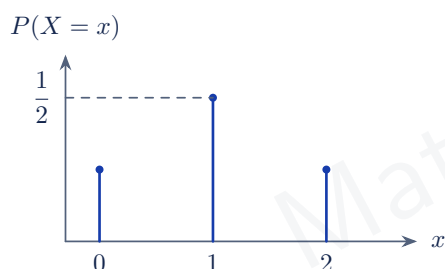
ทุกโอกาสต้องไม่เกิน 1 หากตารางมีค่าคงตัวที่ไม่ทราบ ให้ใช้ผลรวมหนึ่ง แล้วตรวจทุกโอกาสอีกครั้ง

ตัวอย่างย่อ ถ้า $P(X = x) = c(x + 1)$ เมื่อ $x = 0, 1, 2$ จะมี $c(1 + 2 + 3) = 1$ จึงได้ $c = \frac{1}{6}$
 เอกสารนี้เน้นตารางที่มีจำนวนค่าจำกัด หากเป็นอนันต์ต้องตรวจว่าผลรวมและโมเมนต์ที่ใช้มีอยู่

1.3 เหตุการณ์จากค่าของตัวแปรสุ่ม

ถ้า A เป็นกลุ่มค่าที่ต้องการ ให้รวมโอกาสเฉพาะค่าที่อยู่ใน A

$$P(X \in A) = \sum_{x_i \in A} p_i$$

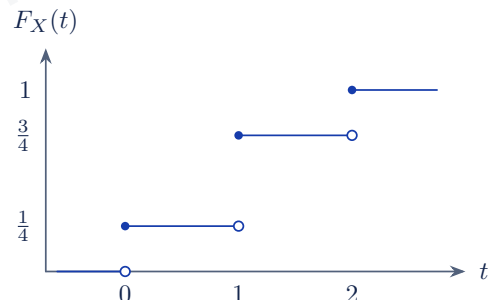


จากตารางจำนวนหัว $P(X \geq 1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ กราฟไม่ต่อเนื่องแสดงโอกาสที่แต่ละค่า ไม่ใช่พื้นที่ของแท่งช่วงต่อเนื่อง

1.4 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

กำหนด $F_X(t) = P(X \leq t)$ สำหรับตัวแปรไม่ต่อเนื่อง

$$F_X(t) = \sum_{x_i \leq t} p_i$$



กราฟข้างต้นใช้ตารางจำนวนหัว จุดทึบแสดงค่าที่จุดกระโดด โดย $F_X(0) = \frac{1}{4}$, $F_X(1) = \frac{3}{4}$, $F_X(2) = 1$

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a) \quad (a < b)$$

F_X ไม่ลด และมีค่าระหว่าง 0 กับ 1 สำหรับข้อมูลไม่ต่อเนื่องต้องแยก $<$ กับ $\leq$ เช่น

$$P(X > a) = 1 - F_X(a), \quad P(X \geq a) = 1 - P(X < a)$$

1.5 การแจกแจงของตัวแปรที่แปลง

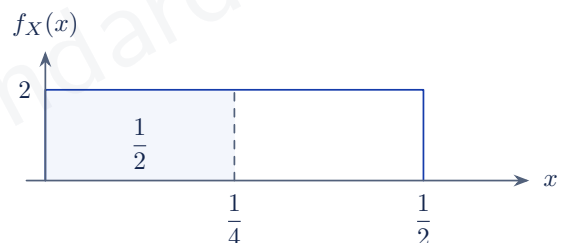
เมื่อ $Y = g(X)$ ให้แทนค่าตามกฎ g และรวมโอกาสเมื่อได้ค่า Y ซ้ำกัน

$$P(Y = y) = \sum_{g(x_i)=y} p_i$$

ตัวอย่างย่อ จากตารางจำนวนหัว ให้ $Y = (X - 1)^2$ จะได้ $P(Y = 0) = P(Y = 1) = \frac{1}{2}$

1.6 ความหนาแน่นของตัวแปรต่อเนื่อง

ให้ $f_X(x)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่น ต้องไม่เป็นลบ และมีพื้นที่ใต้กราฟทั้งหมดเท่ากับ 1



$$P(a < X < b) = \int_a^b f_X(x) dx, \quad P(X = a) = 0$$

รูปแสดง $f_X(x) = 2$ บน $0 < x < \frac{1}{2}$ พื้นที่ช่วง $0 < X < \frac{1}{4}$ เท่ากับ $\frac{1}{2}$ แต่ $P(X = \frac{1}{4}) = 0$ ความสูงของกราฟอาจเกิน 1 ได้ เพราะความน่าจะเป็นคือพื้นที่ ไม่ใช่ความสูงที่จุด

2 คำาคัดหมาย ความแปรปรวน และการแปลงตัวแปร

2.1 ค่าเฉลี่ยและโมเมนต์จากตาราง

ให้ X รับค่า x_i ด้วยโอกาส p_i คำาคัดหมายคือค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยความน่าจะเป็น

$$\mu_X = E(X) = \sum_i x_i p_i$$

$$E(g(X)) = \sum_i g(x_i) p_i, \quad E(X^2) = \sum_i x_i^2 p_i$$

x_i	p_i	$x_i p_i$	$x_i^2 p_i$
0	$\frac{1}{4}$	0	0
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
รวม	1	1	$\frac{3}{2}$

ตารางนี้ให้ $E(X) = 1$ และ $E(X^2) = \frac{3}{2}$ โดยทั่วไป $E(g(X)) \neq g(E(X))$ โดยเฉพาะฟังก์ชันกำลังสอง

2.2 ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ถ้า $\mu_X = E(X)$ และโมเมนต์อันดับสองมีอยู่

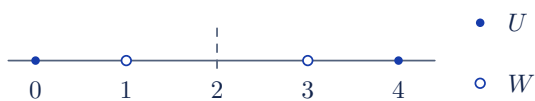
$$V(X) = \sum_i (x_i - \mu_X)^2 p_i$$

$$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2, \quad \sigma_X = \sqrt{V(X)}$$

ความแปรปรวนไม่เป็นลบ มีหน่วยเป็นกำลังสอง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีหน่วยเดียวกับ X

ตัวอย่างย่อ ตารางด้านบนให้ $V(X) = \frac{3}{2} - 1^2 = \frac{1}{2}$ และ $\sigma_X = \frac{1}{\sqrt{2}}$

แต่ละจุดมีโอกาส $\frac{1}{2}$



รูปแสดง U, W ที่มีค่าเฉลี่ย 2 เท่ากัน แต่กระจายต่างกัน $V(X) = 0$ ก็ต่อเมื่อ X คงตัวด้วยโอกาส 1

2.3 การแปลงเชิงเส้น

ให้ $Y = aX + b$ โดย a, b เป็นค่าคงตัว

ปริมาณ	สูตรหลังแปลง
ค่าเฉลี่ย	$E(Y) = aE(X) + b$
ความแปรปรวน	$V(Y) = a^2V(X)$
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	$\sigma_Y = a \sigma_X$

การบวกค่าคงตัวเลื่อนตำแหน่ง แต่ไม่เปลี่ยนการกระจาย ถ้า $a = 0$ ทุกค่าเท่ากับ b และ $V(Y) = 0$

2.4 ผลรวมของตัวแปรสุ่ม

เมื่อคำาคัดหมายมีอยู่ และ a, b, c เป็นค่าคงตัว

$$E(aX + bY + c) = aE(X) + bE(Y) + c$$

สูตรนี้ไม่ต้องสมมติความเป็นอิสระ ถ้า X, Y อิสระและมีความแปรปรวนจำกัด จึงใช้

$$V(aX + bY + c) = a^2V(X) + b^2V(Y)$$

แม้เป็นผลต่าง $X - Y$ ความแปรปรวนก็ยังบวกกันเมื่ออิสระ ไม่ใช่ $V(X) - V(Y)$

ตัวอย่างย่อ X, Y อิสระ มีความแปรปรวน 4, 9 ตามลำดับ จะมี $V(2X - Y) = 4(4) + 9 = 25$

เมื่อไม่ทราบความสัมพันธ์ของตัวแปร ยังสรุปความแปรปรวนด้วยสูตรผลบวกนี้ไม่ได้

2.5 รางวัล รายรับสุทธิ และราคาที่เป็นธรรม

ให้ R เป็นรางวัล c เป็นค่าสมัครคงตัว และ G เป็นกำไรของผู้เล่น

$$G = R - c, \quad E(G) = E(R) - c, \quad V(G) = V(R)$$

ราคาที่เป็นธรรมตามคำาคัดหมายทำให้ $E(G) = 0$

$c_{\text{fair}} = E(R)$			
รางวัล R (บาท)	0	20	60
โอกาส	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$$E(R) = 0\left(\frac{1}{2}\right) + 20\left(\frac{1}{4}\right) + 60\left(\frac{1}{4}\right) = 20$$

ถ้าเก็บค่าสมัคร 25 บาท กำไรคำาคัดหมายของผู้เล่นคือ -5 บาท ส่วนผู้จัดได้ 5 บาทก่อนหักค่าใช้จ่ายอื่น ราคาที่เป็นธรรมไม่รับประกันว่าผลของการเล่นครั้งเดียวจะเท่าทุน

2.6 การย่อนพารามิเตอร์และตรวจผล

ถ้าตารางมีพารามิเตอร์ และทราบค่าเฉลี่ย μ ให้ใช้

$$\sum_i p_i = 1, \quad \sum_i x_i p_i = \mu$$

หลังแก้สมการต้องตรวจ $p_i \geq 0$ ทุกค่า หากทราบ $V(X) = v$ จะใช้ $E(X^2) = v + \mu^2$ เพิ่มได้

- ถ้า X รับค่าใน $[m, M]$ ต้องมี $m \leq E(X) \leq M$
- คำาคัดหมายไม่จำเป็นต้องเป็นค่าที่ตัวแปรรับได้ และไม่ใช่อผลที่เกิดขึ้นแน่นอน
- ไม่ปิดค่าระหว่างขั้นจนทำให้ผลรวมโอกาสหรือความแปรปรวนคลาดเคลื่อน

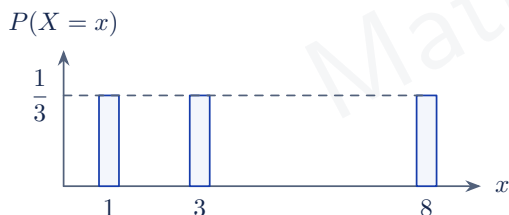
3 การแจกแจงเอกรูปและการสุ่มจากประชากรจำกัด

3.1 การแจกแจงเอกรูปไม่ต่อเนื่อง

ให้ X รับค่าต่างกัน $x_1, \dots, x_N$ โดยทุกค่ามีโอกาสเท่ากัน และ $N \geq 1$

$$P(X = x_i) = \frac{1}{N}, \quad E(X) = \frac{\sum_i x_i}{N}$$

$$V(X) = \frac{\sum_i x_i^2}{N} - [E(X)]^2$$



ค่าที่รับได้ไม่จำเป็นต้องเรียงติดกัน จึงใช้สูตรจำนวนเต็มเรียงกันไม่ได้ทุกกรณี

ตัวอย่างย่อ เอกรูปบน 1, 3, 8 มีค่าเฉลี่ย 4 และความแปรปรวน $\frac{26}{3}$

3.2 จำนวนเต็มเรียงกันและค่าที่ห่างเท่ากัน

ถ้า X เอกรูปบนจำนวนเต็ม $a, a+1, \dots, b$ โดย $a \leq b$ ให้ $N = b - a + 1$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \quad V(X) = \frac{N^2-1}{12}$$

ถ้าเอกรูปบน $a, a+d, \dots, a+(N-1)d$ โดย $d \neq 0$

$$E(X) = a + \frac{d(N-1)}{2}, \quad V(X) = d^2 \frac{N^2-1}{12}$$

a เป็นค่าเริ่มต้น d เป็นระยะห่างที่มีเครื่องหมาย และ N เป็นจำนวนค่า

ตัวอย่างย่อ เอกรูปบน 2, 5, 8, 11 มี $N = 4, d = 3$ จึงได้ $E(X) = 6.5, V(X) = 11.25$

3.3 ตัวแปรเอกรูปหลายตัวและค่าสูงสุด

ถ้า X, Y อิสระ และเอกรูปบนค่าต่างกัน m, n ค่า จะมีคู่อันดับทั้งหมด mn คู่ แต่ละคู่มีโอกาส $\frac{1}{mn}$ ผลรวมของตัวแปรไม่จำเป็นต้องเป็นเอกรูป สำหรับ $M = \max(X, Y)$ และ $L = \min(X, Y)$

$$P(M \leq t) = P(X \leq t)P(Y \leq t)$$

$$P(L \geq t) = P(X \geq t)P(Y \geq t)$$

การคูณใช้ความเป็นอิสระ หากเป็นตัวแปรไม่ต่อเนื่อง ให้ความน่าจะเป็นรายค่าจากผลต่างของค่าสะสม

3.4 การแจกแจงไฮเพอร์จีโอเมตริก

ประชากรมีของต่างกัน N ชิ้น ชนิดสนใจ D ชิ้น สุ่มไม่คืน k ชิ้น โดยทุกชุดขนาด k มีโอกาสเท่ากัน ให้ X นับชนิดสนใจ

$$P(X = x) = \frac{\binom{D}{x} \binom{N-D}{k-x}}{\binom{N}{k}}$$

$$\max(0, k - N + D) \leq x \leq \min(D, k)$$

$N \geq 1, 0 \leq D, k \leq N$ และทุกจำนวนเป็นจำนวนเต็ม

$$E(X) = k \frac{D}{N}$$

$$V(X) = k \frac{D}{N} \left(1 - \frac{D}{N}\right) \frac{N-k}{N-1} \quad (N > 1)$$

ตัวคูณ $\frac{N-k}{N-1}$ แก่ผลของประชากรจำกัด ถ้าเลือกครบทุกชิ้น $X = D$ แน่นนอนและความแปรปรวนเป็นศูนย์ กรณี $N = 1$ พิจารณาผลแน่นนอนโดยตรง

3.5 ตารางตัวอย่างและการให้เงื่อนไขใหม่

แดง 2 ลูก ขาว 3 ลูก สุ่มพร้อมกัน 2 ลูกอย่างเท่าเทียม ให้ X นับจำนวนแดง

x	0	1	2
จำนวนชุด	3	6	1
$P(X = x)$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$E(X) = \frac{4}{5}, \quad V(X) = \frac{9}{25}$$

ถ้าทราบว่าสีแดงอย่างน้อยหนึ่งลูก ต้องหาโอกาสเดิมด้วย

$$P(X \geq 1) = \frac{7}{10}$$

$$P(X = 1 | X \geq 1) = \frac{6}{7}, \quad P(X = 2 | X \geq 1) = \frac{1}{7}$$

$$E(X | X \geq 1) = \frac{8}{7}$$

ไม่ใช่ค่าเฉลี่ยเดิมแทนค่าเฉลี่ยภายใต้เงื่อนไขใหม่

3.6 เปรียบเทียบใส่คืนกับไม่ใส่คืน

ประชากร N ชิ้น มีชนิดสนใจ D ชิ้น ให้ $p = \frac{D}{N}$

วิธีสุ่ม k ครั้ง	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน
ใส่คืนและอิสระ	kp	$kp(1-p)$
ไม่คืน เมื่อ $N > 1$	kp	$kp(1-p) \frac{N-k}{N-1}$

กรณีไม่คืนต้องมี $0 \leq k \leq N$ ค่าเฉลี่ยเท่ากันไม่ได้หมายความว่าแจกแจงเหมือนกัน การหยิบไม่คืนโดยทั่วไปไม่อิสระ และเมื่อ $k > 1$ จะมีความแปรปรวนน้อยกว่าแบบใส่คืนถ้า $0 < p < 1$

4 การแจกแจงทวินามและการนับจำนวนครั้งสำเร็จ

4.1 เงื่อนไขของแบบจำลองทวินาม

ให้ X นับจำนวนครั้งที่สำเร็จจากการทดลอง n ครั้ง เขียน $X \sim B(n, p)$ เมื่อ

- n เป็นจำนวนเต็มบวกที่กำหนดไว้ล่วงหน้า
- แต่ละครั้งแบ่งได้เป็นสำเร็จและไม่สำเร็จ
- การทดลองเป็นอิสระกัน
- โอกาสสำเร็จ p คงที่ทุกครั้ง



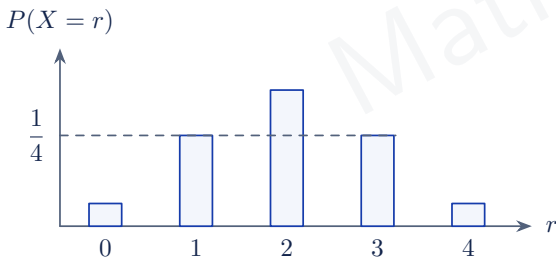
ถ้าหยุดเมื่อสำเร็จ หรือหยุดไม่คืนเงินโอกาสเปลี่ยน จะใช้ทวินามโดยตรงไม่ได้

4.2 สูตรความน่าจะเป็นและรูปร่างการแจกแจง

ถ้า $X \sim B(n, p)$ โดย $0 < p < 1$ และ $r = 0, \dots, n$

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

เลือกตำแหน่งสำเร็จได้ $\binom{n}{r}$ แบบ แต่ละลำดับมีโอกาส $p^r (1-p)^{n-r}$ กรณี $p = 0$ ให้ $X = 0$ แน่นนอน และ $p = 1$ ให้ $X = n$ แน่นนอน



รูปเป็น $B(4, \frac{1}{2})$ มีโอกาสที่ $r = 0, 1, 2, 3, 4$ เท่ากับ $\frac{1}{16}, \frac{4}{16}, \frac{6}{16}, \frac{4}{16}, \frac{1}{16}$ ตามลำดับ

4.3 ค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และการแปลง

สำหรับ $X \sim B(n, p)$ ให้ $q = 1 - p$

$$\mu = np, \quad V(X) = npq, \quad \sigma = \sqrt{npq}$$

ถ้า $Y = aX + b$ โดย a, b คงตัว จะมี

$$E(Y) = anp + b, \quad V(Y) = a^2 npq$$

ตัวอย่างย่อ $X \sim B(4, \frac{1}{2})$ มีค่าเฉลี่ย 2 และความแปรปรวน 1 แต่ $2X + 3$ มีค่าเฉลี่ย 7 และความแปรปรวน 4

4.4 พอดี ช่วงจำนวน และส่วนเติมเต็ม

ให้ $X \sim B(n, p)$ และ a, b, k เป็นจำนวนเต็มในช่วงที่เกี่ยวข้อง

$$P(a \leq X \leq b) = \sum_{r=a}^b \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

เหตุการณ์	วิธีรวมค่า
$X \geq k$	รวม $r = k, \dots, n$
$X > k$	รวม $r = k + 1, \dots, n$
$X \leq k$	รวม $r = 0, \dots, k$
$X < k$	รวม $r = 0, \dots, k - 1$

$$P(X \geq 1) = 1 - (1-p)^n$$

เมื่อให้เงื่อนไข $X \geq k$ และ $P(X \geq k) > 0$

$$P(X = r | X \geq k) = \frac{P(X = r)}{P(X \geq k)} \quad (r \geq k)$$

การแจกแจงหลังให้เงื่อนไขไม่จำเป็นต้องเป็นทวินาม

4.5 ย้อนหาพารามิเตอร์และจำนวนครั้งต่ำสุด

ถ้า $\mu = E(X) > 0$ และ $v = V(X)$ จะได้

$$p = 1 - \frac{v}{\mu}, \quad n = \frac{\mu}{p} \quad (p > 0)$$

ตรวจ $0 < p \leq 1$ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า $0 < p < 1$

ต้องมี $0 < v < \mu$ ต้องการ $P(X \geq 1) \geq q_0$ เมื่อ

$0 < p, q_0 < 1$

$$(1-p)^n \leq 1 - q_0 \iff n \geq \frac{\log(1 - q_0)}{\log(1 - p)}$$

เลือกจำนวนเต็มต่ำสุดที่ผ่าน หากใช้เครื่องหมาย $>$ ต้องตรวจกรณีเท่าขอบเขตอีกครั้ง

ตัวอย่างย่อ $p = \frac{1}{2}$ ต้องการโอกาสมากกว่า $\frac{7}{8}$ ใช้ $n = 4$ เพราะ $n = 3$ ให้เท่ากับ $\frac{7}{8}$

4.6 แบบจำลองสองระดับ

หาโอกาสผ่านหนึ่งรอบเป็น q ก่อน หากมี m รอบอิสระที่ใช้กติกาเดียวกัน ให้ D นับจำนวนรอบที่ผ่าน



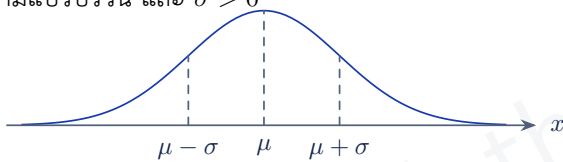
$$D \sim B(m, q), \quad E(D) = mq, \quad V(D) = mq(1 - q)$$

q อาจมาจากการทดลองทวินามย่อยหรือพื้นที่ได้โค้งปกติ ต้องใช้โอกาสของหนึ่งรอบ ไม่ใช่โอกาสของขึ้นย่อยแทน

5 การแจกแจงปกติ พื้นที่ใต้โค้ง และการย้อนพารามิเตอร์

5.1 ปกติและปกติมาตรฐาน

ให้ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ โดย μ เป็นค่าเฉลี่ย σ^2 เป็นความแปรปรวน และ $\sigma > 0$



โค้งสมมาตรรอบ μ ค่าเฉลี่ย มัชยฐาน และฐานนิยมเท่ากัน พื้นที่รวมเท่ากับ 1 การแปลงมาตรฐานให้

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1), \quad x = \mu + z\sigma$$

การแปลงเป็นค่ามาตรฐานเพียงอย่างเดียวไม่ได้ทำให้ข้อมูลที่ไม่ปกติกลายเป็นปกติ

5.2 ตารางพื้นที่ซ้ายและพื้นที่จากศูนย์

ให้ $Z \sim N(0, 1)$ และ $\Phi(z) = P(Z \leq z)$

$$\Phi(-z) = 1 - \Phi(z), \quad P(Z > z) = 1 - \Phi(z)$$

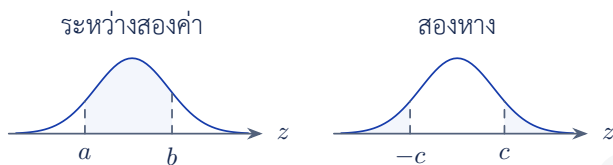
ตารางที่ให้ $A(z) = P(0 < Z < z)$ เมื่อ $z > 0$ ต้องแปลงเป็น $\Phi(z) = \frac{1}{2} + A(z)$ ก่อนใช้

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0	0.5000	1.645	0.9500
0.5	0.6915	1.960	0.9750
1.0	0.8413	2.000	0.9772

ค่าตารางเป็นค่าประมาณ ควรเก็บความละเอียดระหว่างขั้น และปัดเฉพาะคำตอบตามที่กำหนด

5.3 พื้นที่ระหว่างค่าและสองหาง

สำหรับ $Z \sim N(0, 1)$ เมื่อ $a < b$ และ $c > 0$



$$P(a < Z < b) = \Phi(b) - \Phi(a)$$

$$P(|Z| < c) = 2\Phi(c) - 1$$

$$P(|Z| > c) = 2[1 - \Phi(c)]$$

ตัวแปรปกติเป็นตัวแปรต่อเนื่อง จึงมี $P(Z = z) = 0$ และการรวมปลายช่วงไม่เปลี่ยนพื้นที่

5.4 เกณฑ์ เปอร์เซ็นไทล์ และพารามิเตอร์

ถ้า $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ เปอร์เซ็นไทล์ที่ r เมื่อ $0 < r < 100$ หาโดย

$$\Phi(z_r) = \frac{r}{100}, \quad P_r = \mu + z_r\sigma$$

ให้ $0 < q < 1$ เกณฑ์กลุ่มบนสัดส่วน q ใช้พื้นที่ซ้าย $1 - q$ ส่วนช่วงกลางสัดส่วน q ที่มีหางเท่ากัน ใช้ขอบมาตรฐาน $\pm c$ ซึ่ง $\Phi(c) = \frac{1+q}{2}$ เมื่อค่าจริง x_1, x_2 ตรงกับค่ามาตรฐาน z_1, z_2 โดย $z_1 \neq z_2$

$$\sigma = \frac{x_2 - x_1}{z_2 - z_1}, \quad \mu = x_1 - z_1\sigma$$

ต้องตรวจ $\sigma > 0$ ถ้าขอบช่วง L, U มีหางเท่ากัน จะได้

$$\mu = \frac{L+U}{2}$$

5.5 ช่วงยอมรับและเงื่อนไขใหม่

สำหรับ $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ และ $L < U$

$$P(L < X < U) = \Phi\left(\frac{U - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{L - \mu}{\sigma}\right)$$

เงื่อนไขค่าสัมบูรณ์และกำลังสองแปลงเป็นช่วงได้ เช่น เมื่อ $d > 0$

$$|X - c| < d \iff (X - c)^2 < d^2 \\ \iff c - d < X < c + d$$

หากทราบ $X > a$ แล้ว และ $b > a$

$$P(X > b | X > a) = \frac{P(X > b)}{P(X > a)}$$

ตัวส่วนต้องบวก การมีเงื่อนไขใหม่ทำให้พื้นที่ที่พิจารณาเปลี่ยน ไม่ใช่ค่าโอกาสเดิมโดยไม่ปรับ

5.6 การแปลงและจำนวนหน่วยที่ผ่านเกณฑ์

ถ้า $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ และ $Y = aX + b$ โดย $a \neq 0$

$$Y \sim N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$$

เมื่อ $a = 0$ ตัวแปรเป็นค่าคงตัว ไม่ใช่ปกติที่มีความแปรปรวนบวก **นับจำนวนผ่านเกณฑ์** ถ้ามี m หน่วย แต่ละหน่วยผ่านด้วยโอกาส q เท่ากัน จำนวนผ่าน D มี

$$E(D) = mq$$

สูตรค่าเฉลี่ยไม่ต้องอาศัยความเป็นอิสระ หากแต่ละหน่วยอิสระด้วย จึงได้ $D \sim B(m, q)$

ตัวอย่างย่อ คำนวณจากโค้งปกติได้โอกาสผ่าน $q = 0.9$ ใน $m = 20$ หน่วย จะมีจำนวนผ่านคาดหวัง 18 หน่วย และถ้าอิสระจะมี $V(D) = 20(0.9)(0.1) = 1.8$