

ปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด และกรวย

สัญลักษณ์และหน่วย

V คือปริมาตร S คือพื้นที่ผิว B คือพื้นที่ฐาน P คือความยาวรอบฐาน h คือความสูงตั้งฉาก ความยาวทุกค่าต้องใช้หน่วยเดียวกัน พื้นที่เป็นหน่วยกำลังสอง ปริมาตรเป็นหน่วยกำลังสาม

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3, \quad 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

ภาชนะเปิดไม่นับพื้นที่ผิวที่ไม่มีวัสดุ

ปริซึมและกล่องสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ปริซึมมีพื้นที่ฐาน B และความสูงตั้งฉาก h

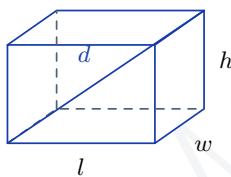
$$V = Bh$$

ปริซึมตรงมีพื้นที่ผิวข้าง Ph และพื้นที่ผิวรวม

$$S = 2B + Ph$$

กล่องยาว l กว้าง w สูง h :

$$V = lwh, \quad S = 2(lw + lh + wh)$$

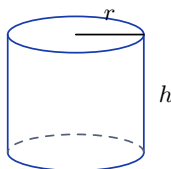


เส้นทแยงมุมภายใน $d = \sqrt{l^2 + w^2 + h^2}$

ลูกบาศก์ด้าน a : $V = a^3$, $S = 6a^2$

ทรงกระบอกกลมตรง

รัศมีฐาน r ความสูง h



$$V = \pi r^2 h, \quad S_{\text{ข้าง}} = 2\pi rh$$

$$S_{\text{รวม}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

รูปคลี่ผิวข้างเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว $2\pi r$ สูง h ภาชนะเปิดบนมี $S = 2\pi rh + \pi r^2$

พีระมิดและความสูงเอียง

พีระมิดพื้นที่ฐาน B สูงตั้งฉาก h



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

พื้นที่ผิวรวม = พื้นที่ฐาน + พื้นที่ผิวข้าง

พีระมิดตรงฐานด้านเท่ามุมเท่า ฐาน P สูงเอียงแต่ละหน้า ℓ เท่ากัน

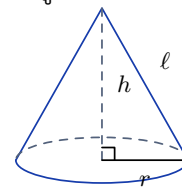
$$S = B + \frac{1}{2} P\ell$$

หากระยะจากศูนย์กลางฐานถึงกึ่งกลางด้านฐานเป็น r จะมี $\ell^2 = h^2 + r^2$

พีระมิดมุมฉากสามสันที่สัน u, v, w ตั้งฉากกันเป็นคู่จากจุดยอดเดียวกัน มี $V = uvw/6$

กรวยกลมตรง

รัศมีฐาน r สูงตั้งฉาก h สูงเอียง ℓ



$$\ell^2 = r^2 + h^2, \quad V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$S_{\text{ข้าง}} = \pi r \ell, \quad S_{\text{รวม}} = \pi r \ell + \pi r^2$$

รูปคลี่ผิวข้างเป็นส่วนวงกลมรัศมี ℓ ส่วนโค้งยาว $2\pi r$ จึงมีมุม $360^\circ r/\ell$

กรวยเอียงยังใช้ $V = \pi r^2 h/3$ แต่ไม่ใช่ $\pi r \ell$ เป็นพื้นที่ผิวข้างทั่วไป

กรวยตัด

กรวยกลมตรงตัดยอดขนานฐาน รัศมีสองฐาน R, r สูง h และสูงเอียง ℓ

$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

$$\ell = \sqrt{h^2 + (R - r)^2}$$

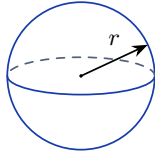
$$S_{\text{ข้าง}} = \pi (R + r) \ell$$

พื้นที่ผิวรวมเพิ่ม $\pi R^2 + \pi r^2$ เมื่อปิดทั้งสองฐาน

ทรงกลม ความคล้าย น้ำ และรูปประกอบ

ทรงกลมและครึ่งทรงกลม

ทรงกลมรัศมี r



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3, \quad S = 4\pi r^2$$

ครึ่งทรงกลม: $V = 2\pi r^3/3$ พื้นที่ผิวโค้ง $2\pi r^2$

และพื้นที่ผิวรวมฐาน $3\pi r^2$

ทรงกลมกลวงรัศมีนอก R รัศมีใน r

$$V_{\text{วัตถุ}} = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$$

ถ้านับทั้งผิวนอกและผิวโพรงภายใน ใช้ $S = 4\pi(R^2 + r^2)$

หน้าตัดทางศูนย์กลาง d มีรัศมี $\rho = \sqrt{r^2 - d^2}$ เมื่อ $|d| \leq r$

การเปลี่ยนขนาด

กล่องที่แต่ละมิติเปลี่ยนเป็น u, v, w เท่า ปริมาตรเปลี่ยนเป็น uvw เท่า

รูปทรงคล้ายที่ความยาวสมนัยเป็น k เท่า

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2, \quad \frac{V_2}{V_1} = k^3$$

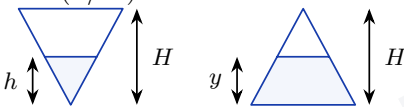
การเพิ่มมิติทุกด้าน 10% ให้ปริมาตรเป็น $(1.1)^3 = 1.331$

เท่า หรือเพิ่ม 33.1%

หากเปลี่ยนมิติเพียงบางด้าน รูปอาจไม่คล้ายเดิม จึงใช้กฎ k^2, k^3 โดยตรงไม่ได้

ตัดยอดและระดับน้ำ

กรวยหรือพีระมิดสูงเต็ม H ส่วนยอดที่สูง h คล้ายรูปเต็ม มีสัดส่วนปริมาตร $(h/H)^3$



วางยอดล่าง น้ำสูง h :

$$V_{\text{น้ำ}} = V_{\text{เต็ม}} \left(\frac{h}{H}\right)^3$$

วางฐานล่าง น้ำสูง y :

$$V_{\text{น้ำ}} = V_{\text{เต็ม}} \left[1 - \left(\frac{H-y}{H}\right)^3\right]$$

ภาพแสดงหน้าตัดผ่านแกน โดย h, y ตั้งฉากกับฐาน

น้ำและการแทนที่ปริมาตร

ภาชนะหน้าตัดคงที่พื้นที่ B น้ำสูงขึ้น Δh

$$\Delta V = B\Delta h$$

วัตถุจมมิดแทนที่น้ำเท่าปริมาตรวัตถุ ส่วนที่โผล่ไม่แทนที่น้ำ ถ้าน้ำโดยไม่สูญเสีย: ปริมาตรก่อนเท่ากับหลัง

ไม่ใช่ความสูงก่อนเท่ากับหลัง

อัตราไหลเข้าคงที่ $q_{\text{เข้า}}$ และออก $q_{\text{ออก}}$

$$\Delta V = (q_{\text{เข้า}} - q_{\text{ออก}})t$$

ต้องพิจารณาช่วงก่อนน้ำเต็มหรือหมด และใช้หน่วยเวลาเดียวกัน

รูปทรงประกอบและหน้าสัมผัส

ปริมาตรรวม: บวกส่วนที่ไม่ซ้อนกัน และลบโพรงหรือส่วนที่ตัดออก

พื้นที่ผิวภายนอก: นับเฉพาะหน้าที่สัมผัสภายนอก

เมื่อต่อสองรูปทรงด้วยหน้าสัมผัสพื้นที่ A_c ที่ทับกันเต็มหน้า

$$S_{\text{ภายนอก}} = S_1 + S_2 - 2A_c$$

เพราะหน้าสัมผัสถูกนับจากทั้งสองรูป

ลูกบาศก์เท่ากันด้าน a จำนวน n ก้อน มีคู่น้ำประบกกัน e คู

$$S = (6n - 2e)a^2$$

ถ้ามีโพรงปิด ต้องแยกแยะเฉพาะผิวภายนอกหรือรวมผิวภายในด้วย

การหลอมและจำนวนชิ้น

หลอมโดยไม่มีสูญเสีย:

$$V_{\text{เดิม}} = \sum V_{\text{ใหม่}}$$

ถ้าชิ้นใหม่เท่ากันและมีปริมาตร v จำนวนชิ้นเต็มมากที่สุด

$$n = \left\lfloor \frac{V_{\text{วัตถุ}}}{v} \right\rfloor$$

ใช้ได้เมื่อแบ่งวัสดุได้ตามปริมาตร เช่น การหลอม ไม่ใช่

รับรองจำนวนชิ้นจากการตัดก้อนแข็ง เพราะยังมีข้อจำกัด

การจัดวางและเศษตัด

วัสดุความหนาคงที่ t ที่คำนวณปริมาตรได้จากหน้าตัด ให้ใช้พื้นที่หน้าตัดวัสดุคูณความยาว