

นิยาม สมบัติ ราก และการจัดรูป
ฐานและเลขชี้กำลัง

a^n คือผลคูณของ a จำนวน n ตัว เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ ตัว}}$$

a คือฐาน n คือเลขชี้กำลัง สำหรับ $a \neq 0$

$$a^0 = 1, \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$0^n = 0$ เมื่อ $n > 0$ แต่ 0^0 และกำลังลบของ 0 ไม่กำหนดในเอกสารนี้

เครื่องหมายและวงเล็บ

$$(-a)^{2k} = a^{2k}, \quad (-a)^{2k+1} = -a^{2k+1}$$

เมื่อ $a > 0$ และ k เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ

นิพจน์	ค่า
$(-2)^4$	16
$-2^4 = -(2^4)$	-16
$(-2)^3$	-8

ต้องพิจารณาว่าเครื่องหมายลบบอกอยู่ในฐานหรืออยู่นอกเลขยกกำลัง

กฎเลขยกกำลัง

สำหรับเลขชี้กำลังจำนวนเต็ม โดยฐานและตัวส่วนต้องทำให้ทุกนิพจน์มีความหมาย

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \neq 0$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0$$

เมื่อเลขชี้กำลังลบ ฐานทุกฐานที่เกี่ยวข้องต้องไม่เป็นศูนย์
 $a^m + a^m = 2a^m$ แต่โดยทั่วไป $a^m + a^n \neq a^{m+n}$

รากและเลขชี้กำลังเศษส่วน

สำหรับ $a > 0$, m เป็นจำนวนเต็ม และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$a^{-m/n} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

กรณฑ์อันดับคู่ใช้จำนวนได้กรณฑ์ไม่ลบ และเลือกรากที่ไม่ลบ เช่น $\sqrt{9} = 3$

กรณฑ์อันดับคี่ยอมให้จำนวนได้กรณฑ์ติดลบ เช่น $\sqrt[3]{-8} = -2$

$$\sqrt{a^2} = |a|, \quad \sqrt[3]{a^3} = a$$

กฎกำลังเศษส่วนในกรอบนี้ใช้ฐานบวก เพื่อหลีกเลี่ยงความคลาดเคลื่อนจากฐานลบและการย่อเศษส่วน

ฐานร่วมและการดึงตัวประกอบ

เปลี่ยนแต่ละฐานให้เป็นกำลังของฐานเดียวกัน เช่น

$$4 = 2^2, \quad 8 = 2^3, \quad 9 = 3^2$$

$$\frac{8^2 \cdot 4^3}{2^5} = 2^{6+6-5} = 2^7$$

ผลบวกหรือผลต่างต้องดึงตัวประกอบก่อน

$$a^{m+n} + a^m = a^m(a^n + 1)$$

$$\text{เช่น } 3^5 + 3^4 = 3^4(3 + 1)$$

ตัดทอนได้เฉพาะตัวประกอบของทั้งเศษและส่วน ไม่ตัดพจน์ที่บวกหรือลบกันโดยตรง

สัญกรณ์วิทยาศาสตร์

จำนวนบวกเขียนเป็น $A \times 10^n$ โดย $1 \leq A < 10$ และ n เป็นจำนวนเต็ม

$$(A10^m)(B10^n) = AB 10^{m+n}$$

$$\frac{A10^m}{B10^n} = \frac{A}{B} 10^{m-n}$$

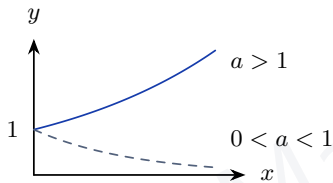
จากนั้นปรับสัมประสิทธิ์กลับสู่ช่วง $[1, 10)$

การบวกและลบต้องทำกำลังของ 10 ให้เท่ากันก่อน เช่น

$$3.2 \times 10^4 + 5 \times 10^3 = 3.7 \times 10^4$$

การเปรียบเทียบ สมการ และการประยุกต์
การเปรียบเทียบกำลัง

 เมื่อ $a > 1$: $m > n \Rightarrow a^m > a^n$

 เมื่อ $0 < a < 1$: $m > n \Rightarrow a^m < a^n$

 ถ้า $0 < a < b$ และ $n > 0$ จะมี $a^n < b^n$ แต่เมื่อ $n < 0$ ทิศ
 อสมการกลับกัน

การเปรียบเทียบฐานลบต้องพิจารณาเครื่องหมายของเลขชี้กำลังก่อน

สมการและอสมการเลขยกกำลัง

 สำหรับ $a > 0, a \neq 1$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \iff f(x) = g(x)$$

 ถ้า $a > 1$ ให้คงทิศอสมการของเลขชี้กำลัง ถ้า $0 < a < 1$
 ให้กลับทิศ

 เช่น $2^{x+1} = 16 = 2^4$ จึงได้ $x = 3$

 หากมี a^{2x} และ a^x ให้แทน $t = a^x > 0$ แล้วแก้สมการของ
 t ก่อนแทนกลับ

รอบซ้ำของหลักหน่วย

 ตารางใช้เมื่อเลขชี้กำลัง n เป็นจำนวนเต็มบวก

ฐานหลักหน่วย	รอบของหลักหน่วย
2	2, 4, 8, 6
3	3, 9, 7, 1
7	7, 9, 3, 1
8	8, 4, 2, 6
4, 9	4, 6 และ 9, 1 ตามลำดับ
0, 1, 5, 6	คงเดิม

 หาก n ด้วยความยาวรอบ เศษ 0 เลือกตำแหน่งสุดท้าย
 ไม่ใช่หลักหน่วย 0

ตัวประกอบของจำนวนในรูปกำลัง

 ให้ $N = p_1^{e_1} \cdots p_t^{e_t}$ โดย p_i เป็นจำนวนเฉพาะต่างกัน และ
 $e_i \geq 1$ เป็นจำนวนเต็ม

จำนวนตัวประกอบบวก

$$d(N) = \prod_{i=1}^t (e_i + 1)$$

ผลบวกตัวประกอบบวก

$$\sigma(N) = \prod_{i=1}^t \frac{p_i^{e_i+1} - 1}{p_i - 1}$$

 สัญลักษณ์ $\prod$ หมายถึงคูณทุกพจน์ตามดัชนี

 ตัวประกอบหนึ่งตัวมีรูป $p_1^{k_1} \cdots p_t^{k_t}$ โดย $0 \leq k_i \leq e_i$

 ถ้าต้องเป็นกำลังสอง เลือก k_i เป็นคู่ จำนวน

ตัวประกอบกำลังสองคือ

$$\prod_{i=1}^t \left(\left\lfloor \frac{e_i}{2} \right\rfloor + 1 \right)$$

การเชื่อมผลบวกและผลคูณ

 สำหรับจำนวนเต็มบวก n และ $r \neq 1$

$$1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1} = \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

ใช้แยกตัวประกอบ เช่น

$$a^n - 1 = (a - 1)(1 + a + \cdots + a^{n-1})$$

 เมื่อ $a = 1$ ผลบวก n พจน์เท่ากับ n

ผลคูณของกำลังใช้ผลบวกเลขชี้กำลัง

$$a^1 a^2 \cdots a^n = a^{n(n+1)/2}$$

จุดตรวจสอบก่อนสรุปคำตอบ

 ฐานร่วม $\rightarrow$ ใช้สมบัติกำลัง $\rightarrow$ จัดรูป $\rightarrow$ ตรวจเงื่อนไข

 • ไม่แจกแจงกำลังผ่านการบวก เช่น $(a + b)^2$ ต้องมีพจน์
 $2ab$

 • แยก a^{-n} ออกจาก $-a^n$

• กำลังเศษส่วนตรวจฐานและตัวส่วน

 • คำตอบของตัวแปรชี้ควรว $t = a^x$ ต้องเป็นบวก

• ค่าตัวเลขและหน่วยต้องสอดคล้องกับสถานการณ์