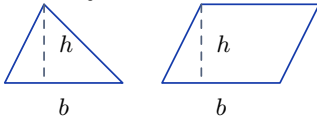


พื้นที่พื้นฐาน อัตราส่วน และพิกัด

สามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยม

Area แทนพื้นที่ ความสูง h ต้องตั้งฉากกับฐาน b



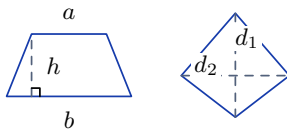
สามเหลี่ยม: $\text{Area} = bh/2$

สี่เหลี่ยมด้านขนาน: $\text{Area} = bh$

ผืนผ้า: $\text{Area} = lw$ โดย l, w เป็นความยาวด้าน

จัตุรัส: $\text{Area} = s^2 = d^2/2$ โดย s คือด้าน d

คือเส้นทแยงมุม



คางหมูฐานคู่ขนาน a, b สูง h :

$$\text{Area} = \frac{1}{2}(a+b)h$$

ว่าวหรือขนมเปียกปูนที่มีเส้นทแยงมุมตั้งฉากยาว d_1, d_2 :

$$\text{Area} = d_1 d_2 / 2$$

สูตรสามเหลี่ยมเพิ่มเติม

ให้ด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว a, b, c

$$\text{Area} = \frac{1}{2}bc \sin A$$

เมื่อทราบสามด้าน ให้ $s = (a+b+c)/2$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

สูตรเฮอร์อนใช้กับด้านที่สร้างสามเหลี่ยมได้จริง

ด้านเท่าด้าน a : $\text{Area} = \sqrt{3}a^2/4$

การแบ่งและประกอบพื้นที่

พื้นที่รวมเท่ากับผลบวกพื้นที่ย่อยที่ไม่ซ้อนกัน

พื้นที่เรขาคณิตหาโดยพื้นที่รูปประกอบลบพื้นที่ส่วนที่ไม่

ต้องการ

หากลบส่วนที่ซ้อนกันไปสองครั้ง ต้องบวกส่วนร่วมคืนหนึ่งครั้ง

พื้นที่มีหน่วยกำลังสอง เช่น $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$

อัตราส่วนพื้นที่

สามเหลี่ยมสูงเท่ากัน: $\text{Area}_1/\text{Area}_2 = b_1/b_2$

สามเหลี่ยมฐานเท่ากัน: $\text{Area}_1/\text{Area}_2 = h_1/h_2$

รูปคล้ายที่ด้านเป็น k เท่า: พื้นที่เป็น k^2 เท่า

ถ้า D บน AB , E บน AC

$$\frac{|\triangle ADE|}{|\triangle ABC|} = \frac{AD}{AB} \frac{AE}{AC}$$

มัธยฐานหนึ่งเส้นแบ่งพื้นที่สามเหลี่ยมเป็นสองส่วนเท่ากัน

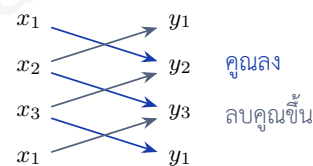
สามเส้นแบ่งเป็นหกส่วนเท่ากัน

พื้นที่สามเหลี่ยมจากพิกัด

ให้จุดยอดเรียงเป็น $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - y_1 x_2 - y_2 x_3 - y_3 x_1|$$

สูตรเช็กร่องเท้า: เขียนจุดเรียงตามขอบ แล้วซ้ำจุดแรกท้ายตาราง



รวมผลคูณแต่ละแนว ลบกัน แล้วใช้ค่าสัมบูรณ์และหาร 2

ขยายสู่รูปหลายเหลี่ยม

รูปอย่างง่าย n จุดยอดเรียงตามขอบ โดย

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) \right|$$

ใช้ได้ทั้งรูปนูนและรูปเว้าที่ขอบไม่ตัดตัวเอง ห้ามสลับลำดับจุดตามอำเภอใจ

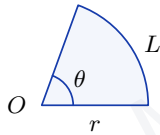
ระยะแนวนอน $\Delta x = |x_2 - x_1|$ และแนวตั้ง

$$\Delta y = |y_2 - y_1|$$

วงกลม พื้นที่ส่วนร่วม และรูปหลายเหลี่ยม
วงกลม วงแหวน และส่วนโค้ง

รัศมี r : พื้นที่ $A = \pi r^2$ และเส้นรอบวง $C = 2\pi r$
 วงแหวนรัศมีนอก R รัศมีใน r

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

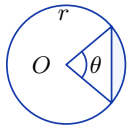


ส่วนวงกลมที่มีมุมศูนย์กลาง θ องศา:

$$A = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2, \quad L = \frac{\theta}{360^\circ} 2\pi r$$

L คือความยาวส่วนโค้ง ขอบทั้งหมดของรูปส่วนวงกลมคือ $L + 2r$

หาก θ เป็นเรเดียน ใช้ $A = r^2\theta/2$, $L = r\theta$

ระหว่างคอร์ดกับส่วนโค้ง


ส่วนเล็กที่คอร์ดตัด ใช้มุมศูนย์กลาง $0 < \theta \leq 180^\circ$

$$A_{\text{เล็ก}} = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta$$

คือพื้นที่ส่วนวงกลมลบพื้นที่สามเหลี่ยมที่เกิดจากรัศมีสองเส้น

ส่วนใหญ่มิพื้นที่ $\pi r^2 - A_{\text{เล็ก}}$

การเปลี่ยนขนาดและร้อยละ

ถ้ารัศมีเป็น k เท่า พื้นที่เป็น k^2 เท่า

เพิ่มรัศมี $p\%$: พื้นที่เพิ่ม

$$\left[\left(1 + \frac{p}{100} \right)^2 - 1 \right] 100\%$$

เปลี่ยนฐานเป็น u เท่าและความสูงเป็น v เท่า พื้นที่สามเหลี่ยมหรือด้านขนานเป็น uv เท่า

รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า

รูป n ด้าน ด้านละ s ระยะตั้งฉากจากศูนย์กลางถึงด้านเป็น r และความยาวรอบรูป $P = ns$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} Pr = \frac{1}{2} nsr$$

แบ่งเป็นสามเหลี่ยมที่มีฐาน s และสูง r จำนวน n รูป
 ถ้ารัศมีวงกลมล้อมรอบเป็น R

$$\text{Area} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

หกลเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าด้าน s :

$$\text{Area} = \frac{3\sqrt{3}}{2} s^2, \quad R = s$$

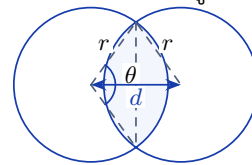
จัตุรัสในวงกลมรัศมี R มีพื้นที่ $2R^2$

ส่วนร่วมของวงกลมเท่ากัน

วงกลมรัศมี r สองวง มีศูนย์กลางห่าง d โดย $0 < d < 2r$

สร้างสามเหลี่ยมจากศูนย์กลางถึงปลายคอร์ดร่วม

ให้ θ เป็นมุมที่คอร์ดร่วมรองรับ ณ ศูนย์กลางแต่ละวง



$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{d}{2r}$$

พื้นที่ส่วนร่วมเป็นผลบวกส่วนเล็กสองส่วน

$$A_{\text{รวม}} = 2 \left(\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 - \frac{1}{2} r^2 \sin \theta \right)$$

กรณี $d = r$ จะมี $\theta = 120^\circ$

วงกลมต่างรัศมี: หามุมศูนย์กลางแยกแต่ละวง แล้วรวมพื้นที่ส่วนเล็กหรือส่วนใหญตามรูป

ใช้พื้นที่สร้างสมการ

เลือกสูตรที่ตรงข้อมูล กำหนดตัวแปรพร้อมหน่วย แล้วเขียนพื้นที่ก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง

กรอบกว้าง t รอบสี่เหลี่ยมผืนผ้า $l \times w$ ด้านนอกมีขนาด $(l + 2t) \times (w + 2t)$

$$A_{\text{กรอบ}} = (l + 2t)(w + 2t) - lw$$

ต้องกำหนด $l, w > 0$, $t \geq 0$ และตรวจความยาวหลังแก้สมการ