



MathStandard

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับ 1.0

เอกสารประกอบการเรียน เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ครอบคลุมพิกัดฉาก ระยะทาง พื้นที่ เส้นตรง วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเพอร์โบลา และการเชื่อมโยงระหว่างกราฟ

ความรู้พื้นฐานที่ใช้ ได้แก่ จำนวนจริง สมการ อสมการ การแยกตัวประกอบ สมการกำลังสอง และการอ่าน กราฟ

แบบฝึกหัด ประกอบ ด้วย ระดับ ง่าย กลาง ยาก ประยุกต์ และ ฝึกวิเคราะห์ พร้อม แบบ ทดสอบ ทบทวนท้ายบท เฉลยเฉพาะคำตอบและเฉลยวิธีคิดอยู่ส่วนท้ายของเอกสาร

ข้อตกลงและสัญลักษณ์

- หากไม่กำหนดเป็นอย่างอื่น พิกัดและพารามิเตอร์เป็นจำนวนจริง ระยะทางและพื้นที่ไม่เป็นลบ และใช้หน่วยเดียวกันก่อนคำนวณ
- AB แทนความยาวส่วนของเส้นตรง ส่วน Area แทนพื้นที่ ไม่ใช่ตัวแปร K แทนพื้นที่
- ในสามเหลี่ยม ABC ใช้ $a = BC, b = CA, c = AB$ ให้ความยาวด้านอยู่ตรงข้ามมุมที่ใช้อักษรเดียวกัน
- สำหรับภาคตัดกรวย ให้ใช้ความหมาย a, b, c ตามชนิดกราฟที่ระบุในหัวข้อนั้น พาราโบลาใช้ $c > 0$ เป็นระยะจุดยอดถึงโฟกัส
- วงรีใช้ $a > b > 0$ แต่ไฮเพอร์โบลากำหนดเพียง $a, b > 0$ และใช้พจน์บวกอ่านแนวแกนตามขวางหลังปรับด้านขวาเป็นหนึ่ง
- กราฟพิกัดใช้มาตราส่วนสองแกนเท่ากัน เส้นประเป็นเส้นช่วย เส้นกำกับ หรือขอบเขตที่ไม่รวมตามคำอธิบายของรูป
- การยกกำลังสองและการแก้สมการหลายรากต้องตรวจคำตอบกับเงื่อนไขเดิม ระบุหน่วยของปริมาณ และเขียนเศษส่วนอย่างต่ำ

ข้อมูลเพิ่มเติม www.mathstandard.com

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

สารบัญ

คำชี้แจง	1
ตอนที่ 1 จุด ระยะทาง และพื้นที่	
เนื้อหาและตัวอย่าง	4
แบบฝึกหัดข้อ 1–16	9
ตอนที่ 2 เส้นตรงและระยะตั้งฉาก	
เนื้อหาและตัวอย่าง	19
แบบฝึกหัดข้อ 17–32	26
ตอนที่ 3 วงกลมและเส้นสัมผัส	
เนื้อหาและตัวอย่าง	36
แบบฝึกหัดข้อ 33–48	42
ตอนที่ 4 พาราโบลา	
เนื้อหาและตัวอย่าง	52
แบบฝึกหัดข้อ 49–64	58

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

สารบัญ (ต่อ)

ตอนที่ 5 วงรี

เนื้อหาและตัวอย่าง	68
แบบฝึกหัดข้อ 65–80	74

ตอนที่ 6 ไฮเพอร์โบลา

เนื้อหาและตัวอย่าง	84
แบบฝึกหัดข้อ 81–96	91

ตอนที่ 7 การประยุกต์รวมภาคตัดกรวย

เนื้อหาและตัวอย่าง	101
แบบฝึกหัดข้อ 97–112	106

ตอนที่ 8 การเชื่อมโยงจำนวนเชิงซ้อน เวกเตอร์ และแคลคูลัส

เนื้อหาและตัวอย่าง	116
แบบฝึกหัดข้อ 113–128	120
สรุปเนื้อหา เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย	130
แบบทดสอบทบทวนท้ายบท	137
เฉลยเฉพาะคำตอบ	149
เฉลยวิธีคิด	157

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

ตอนที่ 1 จุด ระยะทาง และพื้นที่

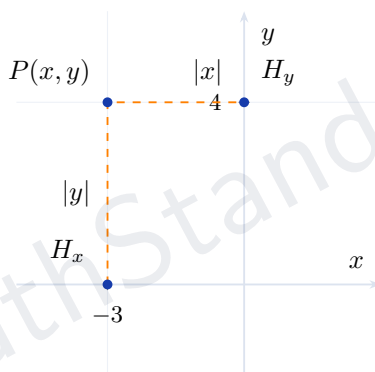
เป้าหมาย ใช้พิกัดอธิบายตำแหน่ง ระยะ อัตราส่วน และพื้นที่ โดยแยกเงื่อนไขของแต่ละปริมาณ

1.1 พิกัดฉากและภาพฉายตั้งฉาก

จุด $P(x, y)$ มีพิกัดแนวนอน x และแนวตั้ง y ภาพฉายตั้งฉากบนเส้นตรงคือจุดบนเส้นที่ให้ระยะจาก P น้อยที่สุด

ภาพฉายและระยะถึงแกน

$$H_x = (x, 0), \quad H_y = (0, y), \quad PH_x = |y|, \quad PH_y = |x|$$



- ค่าพิกัดมีเครื่องหมาย แต่ระยะเป็นจำนวนไม่ลบ
- หากจุดอยู่บนเส้นที่ฉาย ภาพฉายคือจุดเดิม

ตัวอย่าง 1 ให้ $P(-3, 4)$ จงหาภาพฉายบนแกนทั้งสองและระยะถึงแกน x

วิธีคิด คงพิกัดตามแนวแกนที่ฉายและให้พิกัดอีกตัวเป็นศูนย์ ระยะถึงแกน x คือค่าสัมบูรณ์ของพิกัด y

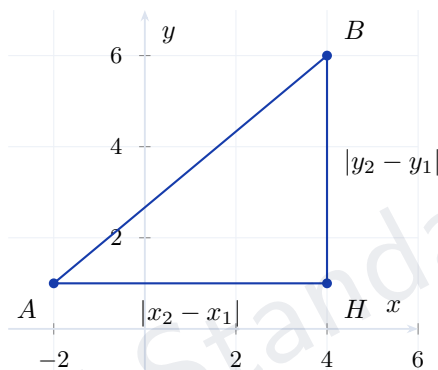
ตอบ $H_x = (-3, 0), H_y = (0, 4)$ และระยะ 4 หน่วย

1.2 ระยะระหว่างสองจุด

ให้ $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ค่าสัมบูรณ์ของผลต่างพิกัดเป็นความยาวด้านประกอบมุมฉาก จึงใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

สูตรระยะทาง

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$



- เส้นแนวนอนใช้ $|x_2 - x_1|$ และเส้นแนวตั้งใช้ $|y_2 - y_1|$
- การเปรียบเทียบระยะที่เท่ากันใช้กำลังสองของระยะได้ เพราะทั้งสองข้างไม่เป็นลบ

ตัวอย่าง 2 กำหนด $A(-2, 1), B(4, 9)$ จงหา AB และพื้นที่สามเหลี่ยมมุมฉากที่เกิดจากผลต่างพิกัด

วิธีคิด ผลต่างพิกัดมีขนาด 6, 8 จึงมี $AB = \sqrt{36 + 64} = 10$ และพื้นที่ $\frac{1}{2}(6)(8) = 24$

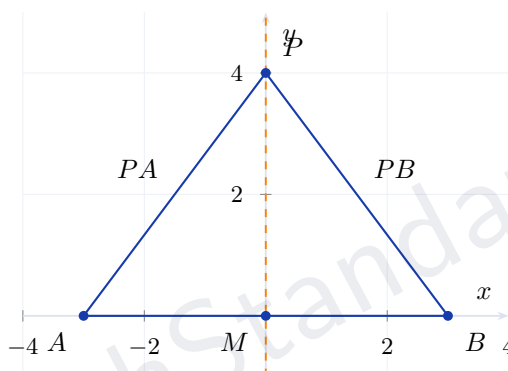
ตอบ $AB = 10$ หน่วย และพื้นที่ 24 ตารางหน่วย

1.3 เซตของจุดที่ห่างจากสองจุดเท่ากัน

สำหรับ $A \neq B$ เซตของจุด P ที่มี $PA = PB$ คือเส้นแบ่งครึ่งตั้งฉากของ AB ถ้า P อยู่บนแกนให้ใส่พิกัดตามข้อจำกัดก่อน

แประยะเป็นสมการ

$$PA = PB \iff PA^2 = PB^2$$



- จุดห่างจากสามจุดไม่ร่วมเส้นตรงเท่ากันเป็นศูนย์กลางวงกลมผ่านสามจุด
- ลบสมการระยะกำลังสองเพื่อตัดพจน์กำลังสองของพิกัดที่ไม่ทราบ

ตัวอย่าง 3 จุด $P(t, 0)$ ห่างจาก $A(0, 3), B(4, 1)$ เท่ากัน จงหา t

วิธีคิด ตั้ง $t^2 + 9 = (t - 4)^2 + 1$ ตัด t^2 ได้ $8t = 8$ จึงมี $t = 1$

ตอบ $t = 1$

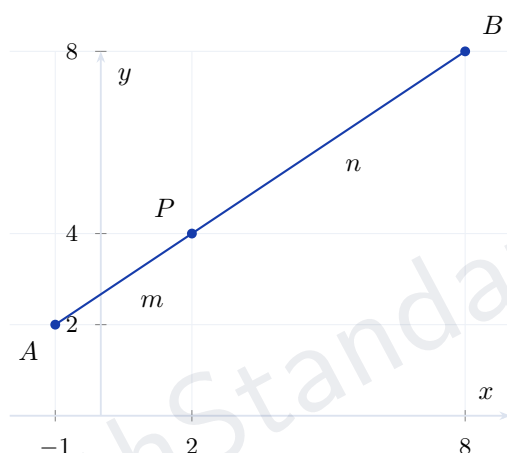
1.4 จุดกึ่งกลางและจุดแบ่ง

ให้ $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ และ $m, n > 0$ จุดแบ่งภายใน P มี $AP : PB = m : n$

ใช้น้ำหนักตามอัตราส่วนด้านตรงข้าม

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$P = \left(\frac{nx_1 + mx_2}{m + n}, \frac{ny_1 + my_2}{m + n} \right)$$



- หากทราบ M, A จะหา B ได้ที่ละพิกัดจาก $B = 2M - A$
- จุดแบ่งภายนอกที่มี $AP : PB = m : n$ ใช้ $\frac{mB - nA}{m - n}$ เมื่อ $m \neq n$ โดยต้องตรวจตำแหน่งนอก ส่วนของเส้นตรง

ตัวอย่าง 4 ให้ $A(-1, 2), B(8, 8)$ และ $AP : PB = 1 : 2$ จงหา P

วิธีคิด น้ำหนักของ A คือ 2 และของ B คือ 1 ได้ $P = \left(\frac{2(-1) + 8}{3}, \frac{2(2) + 8}{3} \right)$

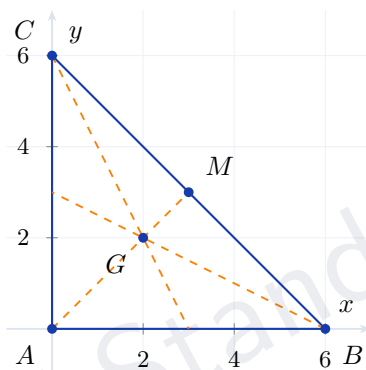
ตอบ $P = (2, 4)$

1.5 เส้นมัธยฐานและเซนทรอยด์

เส้นมัธยฐานเชื่อมจุดยอดกับจุดกึ่งกลางด้านตรงข้าม ทั้งสามเส้นตัดที่เซนทรอยด์ G โดยแบ่งในอัตรา $2 : 1$ จากจุดยอด

พิกัดเฉลี่ยของจุดยอด

$$G = \left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right), \quad AG : GM = 2 : 1$$



- สามเหลี่ยมที่เชื่อมจุดกึ่งกลางด้านมีพื้นที่หนึ่งในสี่ของรูปเดิม และมีเซนทรอยด์เดียวกัน

ตัวอย่าง 5 ให้ $A(0,0)$, $B(6,0)$, $C(0,6)$ จงหา G และความยาวเส้นมัธยฐานจาก A

วิธีคิด มี $G = (2,2)$ และจุดกึ่งกลาง BC คือ $M(3,3)$ จึงได้ $AM = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$

ตอบ $G = (2,2)$, $AM = 3\sqrt{2}$ หน่วย

1.6 พื้นที่จากพิกัดและสูตรเชอกรองเท้า

เรียงจุดยอดรูปหลายเหลี่ยมที่ขอบไม่ตัดกันเองตามขอบรูปในทิศทางเดียวกัน ให้ $P_i = (x_i, y_i)$ และเขียนจุดแรกซ้ำท้ายตาราง

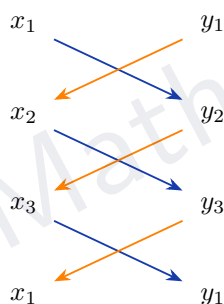
คุณลง ลบ คุณขึ้น

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n y_i x_{i+1} \right|$$

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_1, y_1)$$

$$\text{Area}_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)|$$

พิกัดเรียงตามขอบรูป



$$x_1 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 \\ - (y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_1)$$

น้ำเงิน: คุณลง ส้ม: คุณขึ้น

- วิธีนี้เรียกลูสูตรเชือกกรองเท้า (shoelace formula) การสลับทิศเปลี่ยนเครื่องหมายก่อนใส่ค่าสัมบูรณ์
- สามจุดรวมเส้นตรงก็ต่อเมื่อพื้นที่สามเหลี่ยมเป็นศูนย์ การเรียงจุดข้ามขอบอาจทำให้พื้นที่หักล้างกัน

ตัวอย่าง 6 จงหาพื้นที่สามเหลี่ยมจุดยอด $(1, 1)$, $(7, 1)$, $(3, 5)$ โดยวางพิกัดแนวตั้ง

วิธีคิด เขียน $(1, 1)$, $(7, 1)$, $(3, 5)$, $(1, 1)$ คูณลงรวม $1 + 35 + 3 = 39$ คูณขึ้นรวม $7 + 3 + 5 = 15$ พื้นที่เท่ากับ $\frac{|39 - 15|}{2} = 12$

ตอบ 12 ตารางหน่วย

1.7 ชนิดสามเหลี่ยมและพื้นที่จากความยาวด้าน

ในสามเหลี่ยม ABC ใช้ $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ ซึ่งอยู่ตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ เมื่อตรวจสอบชนิดด้วยด้านยาวที่สุดให้เลือกชื่อด้านนั้นให้ตรงกับมุมที่พิจารณา

กฎโคไซน์และสูตรเฮอร์อน

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

- ถ้า c ยาวที่สุด เปรียบเทียบ $a^2 + b^2$ กับ c^2 : มากกว่าเป็นมุมแหลม เท่ากันเป็นมุมฉาก น้อยกว่าเป็นมุมป้าน
- ต้องเป็นสามเหลี่ยมจริง โดยด้านสองด้านรวมกันยาวกว่าด้านที่สาม

ตัวอย่าง 7 สามเหลี่ยมมีด้านยาว 5, 5, 6 จงหาพื้นที่และโคไซน์ของมุมตรงข้ามด้านยาว 6

วิธีคิด มี $s = 8$ พื้นที่ $\sqrt{8(3)(3)(2)} = 12$ และโคไซน์เท่ากับ $\frac{25 + 25 - 36}{2(5)(5)} = \frac{7}{25}$

ตอบ พื้นที่ 12 ตารางหน่วย และโคไซน์ $\frac{7}{25}$

สรุป

พิกัดมีเครื่องหมาย ส่วนระยะและพื้นที่ไม่เป็นลบ จุดแบ่งต้องใช้ทิศทางและอัตราส่วนให้ตรงกัน พื้นที่จากพิกัดต้องเรียงจุดตามขอบรูปก่อนคำนวณ

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

แบบฝึกหัดตอนที่ 1

ง่าย

ข้อ 1 กำหนด $A(2, -1), B(8, 7)$ จงหา AB

ตอบ

ข้อ 2 จงหาภาพฉายของ $P(-4, -3)$ บนแกน x และระยะจาก P ถึงแกน y

ตอบ

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

ตอนที่ 4 พาราโบลา

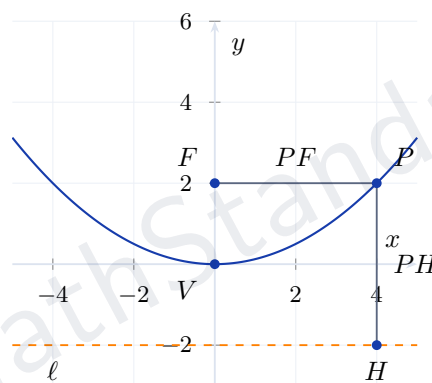
เป้าหมาย อ่านและสร้างพาราโบลาทั้งสี่ทิศจากนิยามระยะ พร้อมวิเคราะห์จุดตัดและแบบจำลอง

4.1 นิยามและองค์ประกอบ

พาราโบลาคือเซตของจุดที่ระยะถึงโฟกัส F เท่ากับระยะตั้งฉากถึงไดเรกทริกซ์ ℓ โดย F ไม่อยู่บน ℓ จุดยอด V อยู่กึ่งกลางระหว่าง F กับภาพฉายของ F บนเส้นนี้

กำหนดระยะเป็นบวก

$$PF = d(P, \ell), \quad c = VF > 0, \quad d(F, \ell) = 2c$$



- แกนสมมาตรผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับไดเรกทริกซ์
- ทิศจากจุดยอดไปโฟกัสเป็นทิศที่กราฟเปิด

ตัวอย่าง 24 ให้โฟกัส $(0, 2)$ และไดเรกทริกซ์ $y = -2$ จงหาสมการ

วิธีคิด สำหรับ $P(x, y)$ มี $x^2 + (y - 2)^2 = (y + 2)^2$ ขยายและตัดพจน์ได้ $x^2 = 8y$

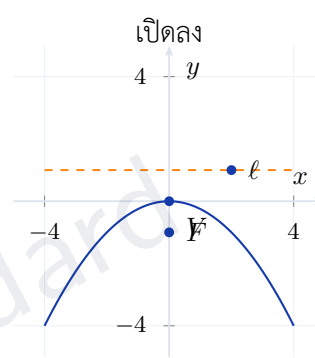
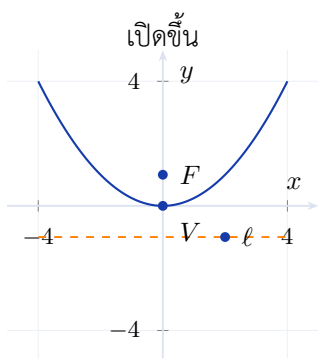
ตอบ $x^2 = 8y$

4.2 พาราโบลาเปิดขึ้นและเปิดลง

กำหนดจุดยอด (h, k) และ $c > 0$ กราฟแนวตั้งมีแกนสมมาตร $x = h$

แยกทิศทางอย่างชัดเจน

รายการ	เปิดขึ้น	เปิดลง
สมการ	$(x - h)^2 = 4c(y - k)$	$(x - h)^2 = -4c(y - k)$
โฟกัส	$(h, k + c)$	$(h, k - c)$
ไดเรกทริกซ์	$y = k - c$	$y = k + c$



- c เป็นระยะบวกเสมอ เครื่องหมายหน้าสัมประสิทธิ์บอกทิศทาง

ตัวอย่าง 25 จงระบุจุดยอด โฟกัส และไดเรกทริกซ์ของ $(x - 2)^2 = -12(y + 1)$

วิธีคิด อ่าน $h = 2, k = -1, 4c = 12$ จึงได้ $c = 3$ เปิดลง โฟกัสต่ำกว่าจุดยอด 3 หน่วย

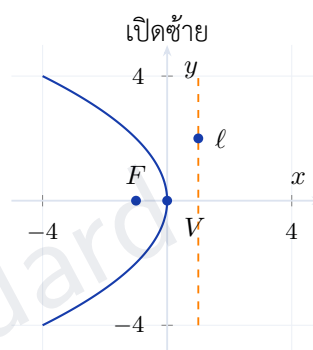
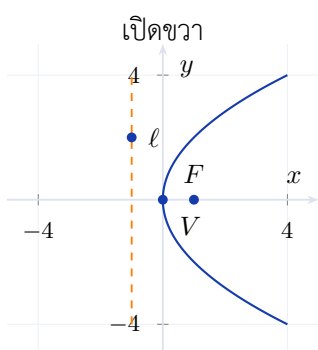
ตอบ $V = (2, -1), F = (2, -4), \ell : y = 2$

4.3 พาราโบลาเปิดขวาและเปิดซ้าย

กราฟแนวนอนมีแกนสมมาตร $y = k$ และตัวแปร $y - k$ เป็นพจน์กำลังสอง โดย $c > 0$

แนวแกนและตำแหน่งโฟกัส

รายการ	เปิดขวา	เปิดซ้าย
สมการ	$(y - k)^2 = 4c(x - h)$	$(y - k)^2 = -4c(x - h)$
โฟกัส	$(h + c, k)$	$(h - c, k)$
ไดเรกทริกซ์	$x = h - c$	$x = h + c$



- โฟกัสและจุดยอดมีพิกัด y เท่ากัน แต่ไม่จำเป็นต้องอยู่บนแกน x

ตัวอย่าง 26 ให้ $(y - 1)^2 = -8(x + 2)$ จงหาโฟกัสและไดเรกทริกซ์

วิธีคิด จุดยอดคือ $(-2, 1)$ ระยะ $c = 2$ กราฟเปิดซ้าย จึงเลื่อนจากจุดยอดไปทางซ้าย 2 หน่วย

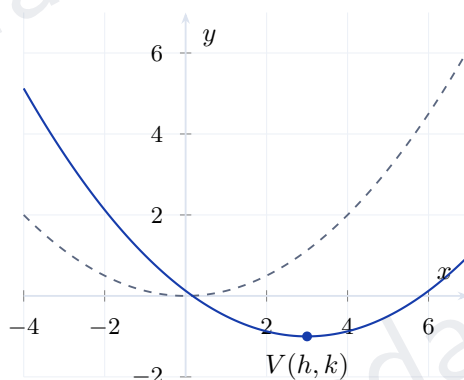
ตอบ $F = (-4, 1), \ell : x = 0$

4.4 การทำกำลังสองสมบูรณ์และสร้างสมการ

จัดกลุ่มตัวแปรที่ยกกำลังสอง แล้วเติมจำนวนเดียวกันทั้งสองข้าง จากนั้นอ่านสัมประสิทธิ์ซึ่งมีค่าสมบูรณ์ $4c$

สัมประสิทธิ์กับระยะโฟกัส

$$y = A(x - h)^2 + k \implies c = \frac{1}{4|A|} \quad (A \neq 0)$$



- เมื่อมีข้อมูลสามจุดและแนวแกน ตั้งสมการกำลังสองทั่วไปในตัวแปรที่เหมาะสมก่อนแก้สัมประสิทธิ์
- ไม่ใช่ค่าสัมประสิทธิ์ A เป็นระยะ c โดยตรง

ตัวอย่าง 27 จัด $x^2 - 6x - 8y + 1 = 0$ เป็นรูปมาตรฐานและหาโฟกัส

วิธีคิด เขียน $x^2 - 6x = 8y - 1$ บวก 9 ได้ $(x - 3)^2 = 8(y + 1)$ จึงมี $c = 2$

ตอบ $(x - 3)^2 = 8(y + 1)$, $F = (3, 1)$

4.5 ลาดัสแรกตัดและระยะถึงโฟกัส

ลาดัสแรกตัดคือคอร์ดผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับแกนสมมาตร ความยาวเท่ากันทั้งสองทิศ

ความยาวคอร์ดผ่านโฟกัส

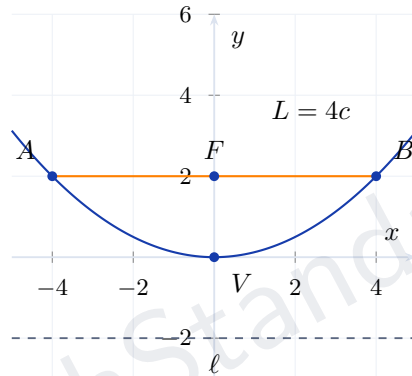
$$L = 4c$$

เปิดขึ้น: ปลาย $(h - 2c, k + c)$, $(h + 2c, k + c)$

เปิดลง: ปลาย $(h - 2c, k - c)$, $(h + 2c, k - c)$

เปิดขวา: ปลาย $(h + c, k - 2c)$, $(h + c, k + 2c)$

เปิดซ้าย: ปลาย $(h - c, k - 2c)$, $(h - c, k + 2c)$



- ระยะจากจุดบนกราฟถึงโฟกัสได้จากระยะถึงไดเรกทริกซ์โดยไม่ต้องหากรณพจน์ใหม่

ตัวอย่าง 28 จุด $P(4, 2)$ อยู่บน $x^2 = 8y$ จงหา PF และลาตัสเรกตัม

วิธีคิด มี $c = 2$ และไดเรกทริกซ์ $y = -2$ ดังนั้น $PF = |2 + 2| = 4$ และ $L = 8$

ตอบ $PF = 4, L = 8$ หน่วย

4.6 เส้นตรง จุดตัด และเส้นสัมผัส

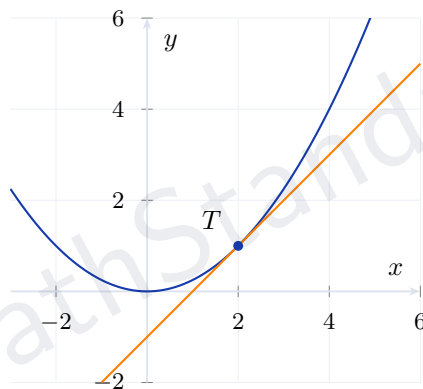
แทนสมการเส้นตรงในสมการพาราโบลา หากได้สมการกำลังสองจริง ใช้ดิสคริมีแนนต์ $\Delta = B^2 - 4AC$ เมื่อ $A \neq 0$

จำนวนรากและสูตรเส้นสัมผัส

$\Delta > 0$: 2 ราก, $\Delta = 0$: รากซ้ำ, $\Delta < 0$: ไม่มีรากจริง

สำหรับ $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ โดย $p \neq 0$ มีเครื่องหมายตามทิศเปิด เส้นสัมผัสที่ (x_0, y_0) คือ

$$(x_0 - h)(x - h) = 2p[(y - k) + (y_0 - k)]$$



- p เป็นพารามิเตอร์มีเครื่องหมาย ส่วนระยะ $c = |p|$ ยังคงเป็นบวก
- เส้นขนานแกนสมมาตรอาจตัดเพียงจุดเดียวโดยไม่เป็นเส้นสัมผัส จึงตรวจดีกรีสมการก่อนใช้เกณฑ์รากซ้ำ

ตัวอย่าง 29 หาเส้นสัมผัส $x^2 = 4y$ ที่ $(2, 1)$

วิธีคิด ใช้ $p = 1$ จึงมี $2x = 2(y + 1)$ ได้ $y = x - 1$ ตรวจสอบแทนกลับให้ $(x - 2)^2 = 0$

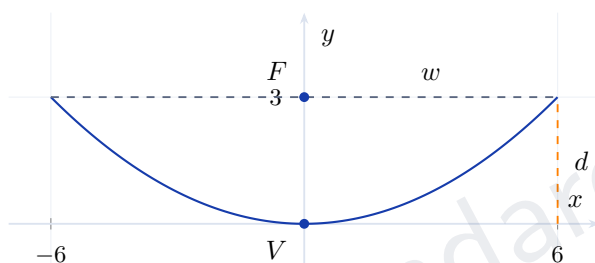
ตอบ $y = x - 1$

4.7 หน้าตัดสะท้อนและแบบจำลอง

สำหรับหน้าตัดที่เปิดขึ้น เลือกกันเป็นจุดกำเนิด ปากกว้าง $2w$ และลึก $d > 0$ ขอบจึงมีพิกัด $(\pm w, d)$

ระยะโฟกัสจากความกว้างและความลึก

$$x^2 = 4cy, \quad c = \frac{w^2}{4d}$$



- ใช้ครึ่งความกว้างเป็น w และใช้หน่วยเดียวกัน
- สมบัติสะท้อนของพาราโบลาใช้เป็นแบบจำลองเรขาคณิต โดยความแม่นยำของสิ่งก่อสร้างจริงขึ้นกับรูปทรงและการติดตั้ง

ตัวอย่าง 30 จานสะท้อนมีหน้าตัดกว้าง 12 เซนติเมตร ลึก 3 เซนติเมตร จงหาระยะจากกันถึงโฟกัส

วิธีคิด มี $w = 6, d = 3$ แทนได้ $c = \frac{36}{4(3)} = 3$

ตอบ 3 เซนติเมตร

สรุป

พาราโบลาใช้ระยะถึงโฟกัสเท่าระยะถึงไดเรกทริกซ์ กำหนด $c > 0$ และแยกทิศเปิดด้วยเครื่องหมายลาดัสแรกตั้มายาว $4c$ การตรวจสอบเส้นสัมผัสต้องคำนึงถึงแนวเส้นด้วย

เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

แบบฝึกหัดตอนที่ 4

ง่าย

ข้อ 49 ระบุจุดยอด โฟกัส ไคเรกตริกซ์ และลาตัสเรกตัมของ $x^2 = 12y$

ตอบ

ข้อ 50 หาโฟกัสและไคเรกตริกซ์ของ $(y + 2)^2 = -16(x - 1)$

ตอบ