



MathStandard

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง สถิติ

เรื่อง สถิติ

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับ 1.2

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลาง และการกระจาย ตลอดจนการตีความผลให้สัมพันธ์กับคำถามและเงื่อนไขของข้อมูล

เนื้อหาเริ่มจากชนิดของข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่ แล้วพัฒนาไปสู่ฮิสโทแกรม แผนภาพจุด แผนภาพ ต้นและใบ ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ฐานนิยม ความแปรปรวน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ควอร์ไทล์ และแผนภาพ กล้อง

ขอบเขต ครอบคลุม พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษา ตอนต้น การ ประยุกต์ ใน การ เตรียมสอบ เข้า ศึกษา ต่อ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และแนวข้อสอบแข่งขันที่เกี่ยวข้อง โดยเชื่อมโยงอัตราส่วน ร้อยละ สมการ อสมการ และพหุนาม การประยุกต์บางส่วนใช้แบบจำลองหรือข้อตกลงเพิ่มเติมซึ่งกำหนดไว้ในหัวข้อนั้น

ข้อตกลงและสัญลักษณ์

- ความถี่คือจำนวนข้อมูล ต้องแยกจากค่าข้อมูลและความถี่สะสม หน่วยและมาตราส่วนของแผนภาพ เป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลที่ต้องพิจารณา
- ค่าเฉลี่ยจากจุดกึ่งกลางชั้น มัธยฐานแบบจัดชั้น และฐานนิยมแบบจัดชั้นเป็นค่าประมาณภายใต้เงื่อนไข ที่ระบุ
- ใช้ความแปรปรวนของข้อมูลทั้งหมดโดยหารด้วยจำนวนข้อมูล ไม่ใช่สูตรประมาณจากกลุ่มตัวอย่างที่หาร ด้วยจำนวนข้อมูลลบหนึ่ง
- หาควอร์ไทล์จากตำแหน่ง $r(n+1)/4$ เมื่อเรียงข้อมูล n ค่า และใช้การแทรกค่าตามสัดส่วนเมื่อตำแหน่ง ไม่เป็นจำนวนเต็ม
- หน่วยของแผนภาพ กล้อง แสดงค่าต่ำสุด และ สูงสุด จำนวนข้อมูลในแต่ละ ช่วง ต้อง แยก ระหว่าง ค่า ประมาณจากสัดส่วนกับการนับลำดับที่แน่นอน
- ตอบเป็นค่าที่แน่นอนเมื่อทำได้ และระบุการประมาณหรือการปิดเศษเมื่อโจทย์กำหนด ตัวแปรอธิบาย ไว้ในแต่ละหัวข้อและตัวอย่าง

เรียบเรียงโดย MathStandard สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน

ข้อมูลเพิ่มเติม www.mathstandard.com

เรื่อง สถิติ

สารบัญ

ตอนที่ 1 ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

เนื้อหาและตัวอย่าง	4
แบบฝึกหัดข้อ 1–10	14

ตอนที่ 2 ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

เนื้อหาและตัวอย่าง	22
แบบฝึกหัดข้อ 11–20	28

ตอนที่ 3 แผนภาพจุด

เนื้อหาและตัวอย่าง	38
แบบฝึกหัดข้อ 21–30	42

ตอนที่ 4 แผนภาพต้นและใบ

เนื้อหาและตัวอย่าง	48
แบบฝึกหัดข้อ 31–40	51

ตอนที่ 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เนื้อหาและตัวอย่าง	61
แบบฝึกหัดข้อ 41–50	67

ตอนที่ 6 ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักและค่าเฉลี่ยรวม

เนื้อหาและตัวอย่าง	74
แบบฝึกหัดข้อ 51–60	77

เรื่อง สถิติ

สารบัญ (ต่อ)

ตอนที่ 7 มัธยฐาน

เนื้อหาและตัวอย่าง	83
แบบฝึกหัดข้อ 61–70	88

ตอนที่ 8 ฐานนิยมและการเลือกค่ากลาง

เนื้อหาและตัวอย่าง	95
แบบฝึกหัดข้อ 71–81	100

ตอนที่ 9 ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เนื้อหาและตัวอย่าง	108
แบบฝึกหัดข้อ 82–91	114

ตอนที่ 10 ควอร์ไทล์

เนื้อหาและตัวอย่าง	119
แบบฝึกหัดข้อ 92–96	123

ตอนที่ 11 แผนภาพกล่อง

เนื้อหาและตัวอย่าง	126
แบบฝึกหัดข้อ 97–101	130

เฉลยคำตอบ

135

เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ

141

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.1 กระบวนการทางสถิติและขอบเขตข้อมูล

สถิติเป็นกระบวนการกำหนดคำถาม เก็บรวบรวมข้อมูล จัดระเบียบ วิเคราะห์ และตีความผลเพื่ออธิบายเรื่องที่ศึกษา การคำนวณจึงต้องสัมพันธ์กับคำถามและวิธีเก็บข้อมูล

ประชากร คือหน่วยทั้งหมดที่อยู่ในขอบเขตการศึกษา ส่วน **กลุ่มตัวอย่าง** เป็นส่วนหนึ่งของประชากรที่เลือกมาเก็บข้อมูล ข้อสรุปจากกลุ่มตัวอย่างต้องพิจารณาว่าการเลือกนั้นครอบคลุมลักษณะสำคัญของประชากรหรือไม่

หน่วยที่ศึกษาและตัวแปร

หน่วยที่ศึกษาอาจเป็นบุคคล วัน หรือชิ้นงาน **ตัวแปร** คือลักษณะที่บันทึกจากแต่ละหน่วย และ **ข้อมูล** คือค่าที่สังเกตหรือวัดได้ ต้องระบุช่วงเวลาและขอบเขตให้ชัด

ตัวอย่าง 1 ต้องการศึกษาวิธีเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนทั้งหมด 600 คน โดยสุ่มสอบถาม 60 คน จงระบุประชากร กลุ่มตัวอย่าง และตัวแปร

วิธีคิด ขอบเขตที่ต้องการอธิบายคือนักเรียนทั้งหมด ส่วนผู้ที่เก็บข้อมูลจริงมีเพียง 60 คน ลักษณะที่ถามคือวิธีเดินทาง

ตอบ ประชากร: นักเรียน 600 คน

กลุ่มตัวอย่าง: นักเรียน 60 คน

ตัวแปร: วิธีเดินทางมาโรงเรียน

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.2 ชนิดของข้อมูลและหน่วยวัด

ข้อมูลเชิงคุณภาพ แสดงประเภทหรือลักษณะ เช่น วิธีเดินทางและประเภทหนังสือ แม้ใช้ตัวเลขเป็นรหัส ตัวเลขนั้นอาจไม่มีความหมายในการบวกหรือหาค่าเฉลี่ย

ข้อมูลเชิงปริมาณ แสดงจำนวนหรือขนาด แบ่งเป็นข้อมูลไม่ต่อเนื่องซึ่งเกิดจากการนับ และข้อมูลต่อเนื่องซึ่งเกิดจากการวัด ค่าที่บันทึกอาจถูกปัดตามความละเอียดของเครื่องมือ

ตัวแปร	ลักษณะ
จำนวนหนังสือ	เชิงปริมาณไม่ต่อเนื่อง
เวลาที่ใช้	เชิงปริมาณต่อเนื่อง
รหัสสมาชิก	ใช้ระบุบุคคล ไม่ใช่ปริมาณ

ความละเอียดของการบันทึก

ค่าที่บันทึกเป็นจำนวนเต็มอาจมาจากตัวแปรต่อเนื่อง เช่น มวลที่ปัดเป็นกิโลกรัมเต็ม ก่อนสร้างขอบชั้นต้องทราบว่าโจทย์กำหนดช่วงต่อเนื่องไว้แล้ว หรือให้ขีดจำกัดของค่าที่ปัดแล้ว

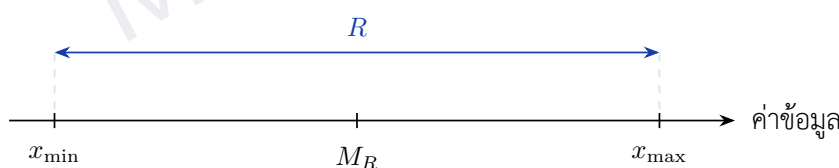
เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.3 ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด และพิสัย

การเรียงข้อมูลช่วยระบุค่าน้อยที่สุดและมากที่สุด **พิสัย** แสดงระยะห่างระหว่างสองค่านี้ จึงอธิบายความกว้างโดยรวม แต่ไม่แสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่อยู่บริเวณใด

กึ่งกลางพิสัยเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างค่าสุดโต่งทั้งสอง อาจแตกต่างจากมัธยฐานซึ่งอาศัยตำแหน่งของข้อมูลทั้งหมด



พิสัยและกึ่งกลางพิสัย

ให้ $x_{\min}$ และ $x_{\max}$ เป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \quad M_R = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}$$

โดย R เป็นพิสัย และ M_R เป็นกึ่งกลางพิสัย ทั้งสองมีหน่วยเดียวกับข้อมูล

ตัวอย่าง 2 ข้อมูลเวลาเป็น 12, 15, 16, 20, 27 นาที จงหาพิสัยและกึ่งกลางพิสัย

วิธีคิด ให้ R เป็นพิสัยและ M_R เป็นกึ่งกลางพิสัย ค่าต่ำสุดคือ 12 และสูงสุดคือ 27 จึงได้ $R = 27 - 12 = 15$

และ $M_R = (12 + 27)/2 = 19.5$

ตอบ 15 นาที และ 19.5 นาที

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.4 ความถี่และความถี่สะสม

ความถี่ คือจำนวนครั้งที่พบค่าข้อมูลหรือจำนวนข้อมูลที่อยู่ในช่วงหนึ่ง ให้นับข้อมูลทุกตัวเพียงครั้งเดียว แม้ค่าจะซ้ำกัน ข้อมูลแต่ละตัวก็ยังเป็นคนละรายการ

ความถี่สะสม คือผลรวมความถี่ตั้งแต่กลุ่มแรกจนถึงกลุ่มที่กำลังพิจารณา โดยเรียงค่าหรือช่วงจากน้อยไปมาก จึงบอกจำนวนข้อมูลรวมตั้งแต่กลุ่มแรกถึงกลุ่มที่พิจารณา โดยตรวจดูว่าช่วงนั้นรวมค่าปลายหรือไม่

ภาพของค่าที่ซ้ำกัน เมื่อบันทึกจำนวนหนังสือของนักเรียนได้ 2, 2, 2 หมายถึงนักเรียน 3 คนที่แต่ละคนมีหนังสือ 2 เล่ม ดังนั้นความถี่ของค่า 2 คือ 3 ไม่ใช่ผลรวมหนังสือ 6 เล่ม

จากการนับสู่การนับสะสม

ให้ f_i เป็นความถี่ของกลุ่มที่ i และ F_i เป็นความถี่สะสมถึงกลุ่มนั้น กำหนด $F_0 = 0$

$$F_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_i, \quad f_i = F_i - F_{i-1}$$

ถ้ามี k กลุ่ม จำนวนข้อมูลทั้งหมด $N = F_k$ ความถี่สะสมจึงไม่ลดลง และค่าท้ายสุดเท่ากับจำนวนข้อมูลทั้งหมด

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.4 ความถี่และความถี่สะสม (ต่อ)

การจัดข้อมูลเป็นกลุ่มช่วยตรวจสอบว่าค่าใดซ้ำกี่ครั้ง รอยขีดหนึ่งขีดแทนข้อมูลหนึ่งค่า โดยขีดทแยงที่พาดสี่ขีดรวมเป็นกลุ่มละห้า

ตัวอย่าง 3 นักเรียน 14 คนมีจำนวนหนังสือดังข้อมูลต่อไปนี้ จงสร้างตารางความถี่และความถี่สะสม

2 1 3 2 4 3 1 2 3 2
4 1 3 2

วิธีคิด จัดข้อมูลค่าที่เท่ากันไว้กลุ่มเดียวกัน แล้วนับและบวกสะสมตามตาราง

ค่า	ข้อมูลในกลุ่ม	รอยขีด	ความถี่	ความถี่สะสม
1	1, 1, 1	III	3	3
2	2, 2, 2, 2, 2		5	$3 + 5 = 8$
3	3, 3, 3, 3		4	$8 + 4 = 12$
4	4, 4	II	2	$12 + 2 = 14$

ความถี่ของค่า 2 เท่ากับ 5 เพราะพบเลข 2 ห้าครั้ง ส่วนความถี่สะสมถึงค่า 2 เท่ากับ 8 เพราะรวมผู้ที่มีหนังสือ 1 หรือ 2 เล่ม

ความถี่สะสมถึงค่า 3 เท่ากับ 12 หมายถึงมีนักเรียน 12 คนที่มีหนังสือไม่เกิน 3 เล่ม

ตอบ ความถี่สะสม 3, 8, 12, 14 และข้อมูลทั้งหมด 14 ค่า

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.5 อันตรภาคชั้น ขอบชั้น และจุดกึ่งกลาง

อันตรภาคชั้น คือช่วงที่ใช้จัดกลุ่มข้อมูล ชิดจำกัดล่างและบนเป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดที่ระบุในแต่ละชั้น ส่วนขอบชั้นเป็นรอยต่อระหว่างชั้นที่ใช้แทนข้อมูลอย่างต่อเนื่อง

เมื่อบันทึกละเอียดถึง u หน่วยและชั้นเรียงต่อเนื่องกัน ให้ลบ $u/2$ จากขีดจำกัดล่างและบวก $u/2$ กับขีดจำกัดบน เช่น ข้อมูลจำนวนเต็มมี $u = 1$ จึงปรับด้านละ 0.5 หน่วย

ค่าที่บันทึก	ขอบล่าง L	ขอบบน U	ความกว้าง I	จุดกึ่งกลาง m
10–19	9.5	19.5	10	14.5
20–29	19.5	29.5	10	24.5
30–39	29.5	39.5	10	34.5

ขอบบน 19.5 ของชั้นแรกตรงกับขอบล่างของชั้นถัดไป หากโจทย์กำหนดช่วงต่อเนื่อง $L \leq x < U$ มาแล้ว ให้ใช้ขอบ L, U โดยตรง ไม่ปรับเพิ่มอีก

ความกว้างและจุดกึ่งกลางชั้น

ให้ L, U เป็นขอบล่างและบน I เป็นความกว้างชั้น และ m เป็นจุดกึ่งกลาง

$$I = U - L, \quad m = \frac{L + U}{2}$$

จุดกึ่งกลางเท่ากับค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดล่างและบนด้วย เช่น $(10 + 19)/2 = 14.5$

แบบฝึกหัด | ตอนที่ 1 | ข้อ 1-2

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

ข้อ 1 เวลาเดินทางบันทึกเป็นจำนวนนาทีเต็ม จัดเป็นชั้นที่กว้างเท่ากันและต่อเนื่อง ชั้นแรกคือ 12-17 นาที จงหาขีดจำกัดล่างของชั้นที่ 5

ตอบ _____

ข้อ 2 จำนวนหน้าที่ย่านต่อวันจัดเป็นชั้นต่อเนื่องและกว้างเท่ากัน ชั้นแรกคือ 8-13 หน้า จงหาจุดกึ่งกลางของชั้นที่ 4

ตอบ _____

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 2

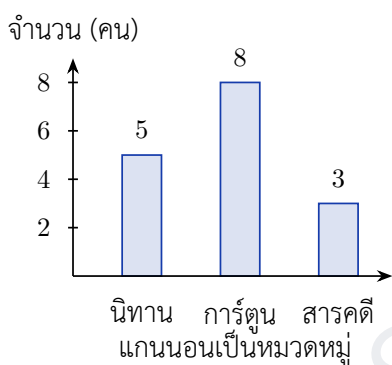
ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

2.1 ฮิสโทแกรมและแผนภูมิแท่ง

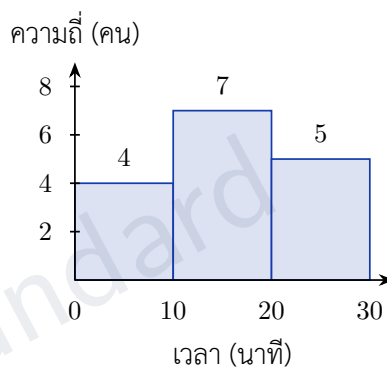
แผนภูมิแท่ง ใช้เปรียบเทียบหมวดหมู่ เช่น ประเภทหนังสือ แขนนอนแยกแต่ละหมวด และเว้นช่องว่างระหว่างแท่ง โดยความสูงแสดงจำนวนหรือปริมาณตามชื่อแกน

ฮิสโทแกรม ใช้แสดงการแจกแจงข้อมูลเชิงปริมาณที่แบ่งเป็นช่วง เช่น เวลาอ่าน แขนนอนเป็นมาตราส่วนตัวเลข แท่งของช่วงที่ต่อเนื่องกันจึงติดกัน

แผนภูมิแท่ง: ประเภทหนังสือ



ฮิสโทแกรม: เวลาอ่าน



เลือกกราฟให้ตรงกับลักษณะข้อมูล

แผนภูมิแท่งไม่ได้จำกัดเฉพาะข้อมูลเชิงคุณภาพ อาจใช้เปรียบเทียบค่าจำนวนเต็มที่แยกเป็นหมวด เช่น จำนวนพี่น้อง 0, 1, 2, 3 คน

ฮิสโทแกรมรักษาลำดับและความกว้างของช่วงบนแกนตัวเลข สำหรับช่วงกว้างเท่ากันและแกนตั้งเป็นความถี่ พื้นที่แท่งแปรผันตรงกับจำนวนข้อมูล หากช่วงกว้างไม่เท่ากัน ต้องใช้ความหนาแน่นความถี่ตามหัวข้อ 2.4

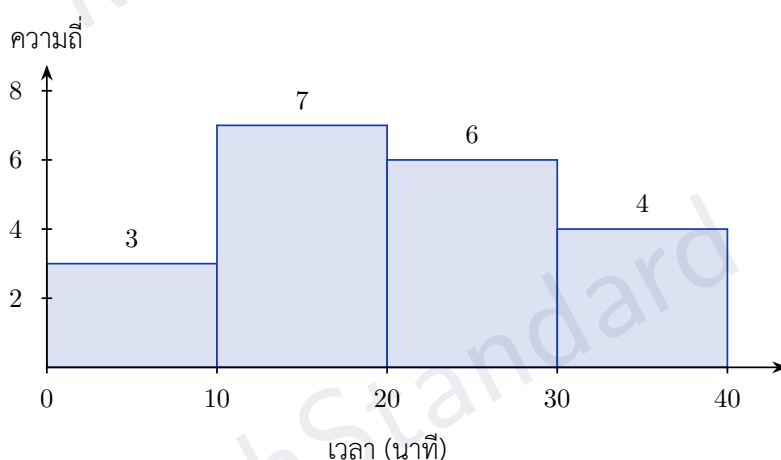
เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 2 (ต่อ)

ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

2.1 ความหมายและการอ่านฮิสโทแกรม (ต่อ)

อ่านขอบชั้นจากแกนนอนและความถี่จากแกนตั้ง แต่ละแท่งรวมข้อมูลทุกตัวในช่วงนั้น เมื่อรวมหลายช่วงที่ต่อเนื่องกัน ให้บวกความถี่ของแท่งที่ครอบคลุมช่วงทั้งหมด

ตัวอย่าง 6 ฮิสโทแกรมแสดงเวลาทำกิจกรรม โดยแต่ละช่วงรวมขอบซ้ายและไม่รวมขอบขวา จงหาจำนวนข้อมูลในช่วง $10 \leq t < 30$ นาที



วิธีคิด ช่วง $10 \leq t < 30$ ประกอบด้วยช่วง $10 \leq t < 20$ ความถี่ 7 และช่วง $20 \leq t < 30$ ความถี่ 6 จึงรวมได้ $7 + 6 = 13$ ค่า แต่กราฟไม่บอกเวลารายตัวของทั้ง 13 ค่า

ตอบ 13 ค่า

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 2 (ต่อ)

ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

2.2 ความถี่สัมพัทธ์และร้อยละ

ความถี่สัมพัทธ์เป็นส่วนส่วนของข้อมูลกลุ่มหนึ่งเทียบกับข้อมูลทั้งหมด ส่วนร้อยละเขียนสัดส่วนเดียวกันเทียบกับ 100 จึงช่วยเปรียบเทียบกลุ่มที่มีจำนวนข้อมูลต่างกัน

จากจำนวนเป็นสัดส่วน

ให้ f เป็นความถี่ของกลุ่ม และ $N > 0$ เป็นจำนวนข้อมูลทั้งหมด

$$\text{ความถี่สัมพัทธ์} = \frac{f}{N}, \quad \text{ร้อยละ} = \frac{f}{N} \times 100$$

ผลรวมความถี่สัมพัทธ์เท่ากับ 1 และผลรวมร้อยละเท่ากับ 100 ก่อนปิดเศษ

ตัวอย่าง 7 สมาชิก 40 คนใช้เวลาทำกิจกรรมตามสองคอลัมน์แรกของตาราง จงเติมความถี่สัมพัทธ์และร้อยละ แล้วหาสัดส่วนของผู้ใช้เวลาน้อยกว่า 20 นาที

วิธีคิด แต่ละแถวใช้ความถี่หารด้วย 40 แล้วคูณด้วย 100 เพื่อหาร้อยละ

เวลา (นาที)	ความถี่	ความถี่สัมพัทธ์	ร้อยละ
$0 \leq t < 10$	6	$6/40 = 0.15$	15
$10 \leq t < 20$	8	$8/40 = 0.20$	20
$20 \leq t < 30$	16	$16/40 = 0.40$	40
$30 \leq t < 40$	10	$10/40 = 0.25$	25
รวม	40	1.00	100

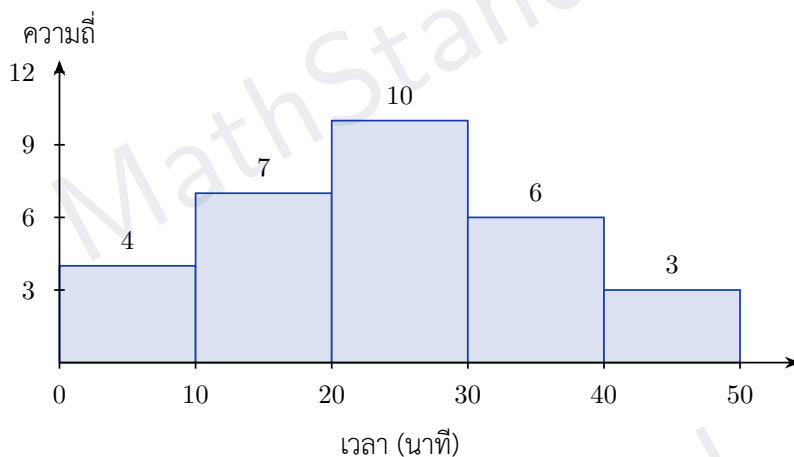
ผู้ใช้เวลาน้อยกว่า 20 นาทีมี $6 + 8 = 14$ คน คิดเป็น $14/40 = 0.35$ หรือ 35%

ตอบ น้อยกว่า 20 นาทีที่มีความถี่สัมพัทธ์ 0.35 และคิดเป็น 35%

แบบฝึกหัด | ตอนที่ 2 | ข้อ 11

ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

ข้อ 11 ฮิสโทแกรมแสดงเวลาทำกิจกรรมของผู้เข้าร่วม แต่ละช่วงรวมขอบซ้ายและไม่รวมขอบขวา จงหาจำนวนผู้ใช้เวลาตั้งแต่ 20 แต่น้อยกว่า 30 นาที



ตอบ _____