



# MathStandard

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง ความน่าจะเป็น

เรื่อง ความเป็น

## คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับ 1.2

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเป็น มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการนับผลลัพธ์อย่างเป็นระบบ การกำหนดเหตุการณ์ และการคำนวณความเป็นไปได้เงื่อนไขของการทดลองสุ่ม

เนื้อหาเริ่มจากแฟกทอเรียลและหลักการนับ พัฒนาไปสู่การจัดหมู่ การแจกแจงของ หลักการนับพิราบ การเรียงในแนวนตรงและรอบวง การใช้ตารางผลลัพธ์ การนับทางเรขาคณิตและลูกบาศก์ แล้วเชื่อมโยงสู่ความเป็นของการเลือก การเรียง และการหีบสิ่งของ

ขอบเขต ครอบคลุม พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษา ตอนต้น การ ประยุกต์ ใน การ เตรียมสอบ เข้า ศึกษา ต่อ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 4 และแนวข้อสอบแข่งขันที่เกี่ยวข้อง โดยเชื่อมโยงจำนวนเต็ม อัตราส่วน สมการ และเรขาคณิต การนับรอบวงที่มีสิ่งของซ้ำ และการนับบนลูกบาศก์เป็นส่วนประยุกต์ที่ต้องพิจารณา สมมาตรและข้อตกลงเพิ่มเติม

### ข้อตกลงและสัญลักษณ์

- สิ่งของที่ระบุต่างกันหรือมีหมายเลขแยกกันนับเป็นคนละชิ้น แม้มีสีหรือประเภทเหมือนกัน
- การเลือกเป็นกลุ่มไม่พิจารณาลำดับ ส่วนการเรียงหรือบันทึกตามครั้งต้องแยกลำดับที่ต่างกัน
- การหมุนและการพลิกพิจารณาตามข้อตกลงในหัวข้อหรือโจทย์นั้น ไม่ถือว่าเหมือนกันโดยอัตโนมัติ
- ใช้สูตรจำนวนผลลัพธ์หารกันเมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเท่ากัน และใช้หลักการคูณความเป็นตามเงื่อนไขของการทดลอง
- ความเป็นตอบเป็นเศษส่วนอย่างต่ำเมื่อทำได้ ตัวแปรและจำนวนที่ใช้กำหนดไว้ในแต่ละหัวข้อและตัวอย่าง

เรียบเรียงโดย MathStandard สำหรับใช้ประกอบการเรียนการสอน

ข้อมูลเพิ่มเติม [www.mathstandard.com](http://www.mathstandard.com)

เรื่อง ความเป็น

## สารบัญ

### ตอนที่ 1 แฟกทอเรียลและการตัดทอน

|                    |   |
|--------------------|---|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 4 |
| แบบฝึกหัดข้อ 1–10  | 8 |

### ตอนที่ 2 หลักการนับและการแยกกรณี

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 14 |
| แบบฝึกหัดข้อ 11–30 | 21 |

### ตอนที่ 3 การจัดหมู่

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 32 |
| แบบฝึกหัดข้อ 31–40 | 36 |

### ตอนที่ 4 การแจกสิ่งของและหลักรังนกพิราบ

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 41 |
| แบบฝึกหัดข้อ 41–60 | 51 |

### ตอนที่ 5 การเรียงสับเปลี่ยนในแนวตรง

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 62 |
| แบบฝึกหัดข้อ 61–70 | 67 |

### ตอนที่ 6 การเรียงรอบวงและสร้อยวงปิด

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 72 |
| แบบฝึกหัดข้อ 71–80 | 77 |

เรื่อง ความเป็น

## สารบัญ (ต่อ)

### ตอนที่ 7 การนับผลลัพธ์ด้วยตาราง

|                    |    |
|--------------------|----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง | 83 |
| แบบฝึกหัดข้อ 81–90 | 89 |

### ตอนที่ 8 การนับทางเรขาคณิต

|                     |     |
|---------------------|-----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง  | 95  |
| แบบฝึกหัดข้อ 91–110 | 101 |

### ตอนที่ 9 การนับบนลูกบาศก์

|                      |     |
|----------------------|-----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง   | 114 |
| แบบฝึกหัดข้อ 111–120 | 119 |

### ตอนที่ 10 ความเป็นพื้นฐาน

|                      |     |
|----------------------|-----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง   | 125 |
| แบบฝึกหัดข้อ 121–130 | 131 |

### ตอนที่ 11 ความเป็นจากการเรียงและการเลือก

|                      |     |
|----------------------|-----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง   | 136 |
| แบบฝึกหัดข้อ 131–140 | 140 |

### ตอนที่ 12 ความเป็นจากการหยิบสิ่งของ

|                      |     |
|----------------------|-----|
| เนื้อหาและตัวอย่าง   | 146 |
| แบบฝึกหัดข้อ 141–150 | 153 |
| เฉลยคำตอบ            | 159 |
| เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ  | 165 |

## เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1

## แฟกทอเรียลและการตัดทอน

## 1.1 ความหมายของแฟกทอเรียล

การนับผลลัพธ์เป็นพื้นฐานของความน่าจะเป็น เมื่อมีทางเลือกจำนวนมาก การเขียนผลคูณด้วยสัญลักษณ์ช่วยแสดงโครงสร้างการนับได้ชัดเจน

สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$  สัญลักษณ์  $n!$  อ่านว่า “เอ็นแฟกทอเรียล” หมายถึงผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่  $n$  ลงมาถึง 1 เครื่องหมายนี้ใช้กับทั้งจำนวน ไม่ใช่ยกกำลัง

| สัญลักษณ์ | ผลคูณ                          | ค่า |
|-----------|--------------------------------|-----|
| $1!$      | 1                              | 1   |
| $2!$      | $2 \times 1$                   | 2   |
| $3!$      | $3 \times 2 \times 1$          | 6   |
| $4!$      | $4 \times 3 \times 2 \times 1$ | 24  |

## นิยามและข้อตกลง

เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

กำหนดให้  $0! = 1$  ซึ่งสอดคล้องกับการจัดเรียงสิ่งของศูนย์ชิ้นที่มีหนึ่งแบบ คือไม่วางสิ่งใด

**ตัวอย่าง 1** จงหาค่าของ  $5!$

**วิธีคิด** ขยายตามนิยามได้  $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

**ตอบ** 120

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

## แฟกทอเรียลและการตัดทอน

### 1.2 แฟกทอเรียลกับการจัดเรียง

การเรียงสิ่งของต่างกันทุกชิ้นในแนวตรงถือว่าต่างวิธีกันเมื่อมีตำแหน่งใดเปลี่ยนไป ต้องวางครบทุกชิ้นและใช้แต่ละชิ้นเพียงครั้งเดียว

เมื่อมี  $n$  ชิ้น ตำแหน่งแรกเลือกได้  $n$  ชิ้น หลังใช้ไปหนึ่งชิ้น ตำแหน่งที่สองเหลือ  $n - 1$  ชิ้น ต่อไปลดลงทีละหนึ่งจนตำแหน่งสุดท้ายเหลือหนึ่งชิ้น

$$\boxed{n} \quad \boxed{n-1} \quad \boxed{\cdots} \quad \boxed{1}$$

#### จำนวนการเรียงทั้งหมด

สิ่งของต่างกัน  $n$  ชิ้น เรียงครบในแนวตรงได้

$$n(n-1)\cdots 1 = n! \quad \text{วิธี}$$

หากมีสิ่งของเหมือนกัน ต้องปรับวิธีนับเพื่อตัดการสลับที่ไม่ทำให้เกิดแบบใหม่

**ตัวอย่าง 2** เรียงบัตรอักษร  $A, B, C$  ให้ครบทุกใบได้กี่ลำดับ

**วิธีคิด** แจกแจงได้  $ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA$  รวม 6 ลำดับ ซึ่งเท่ากับ  $3 \times 2 \times 1$

**ตอบ** 6 ลำดับ

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

## แฟกทอเรียลและการตัดทอน

### 1.3 การตัดทอนอัตราส่วนแฟกทอเรียล

เมื่อ นิพจน์ เป็น เศษส่วน ให้ ขยาย แฟกทอเรียล ใน เศษ จน พบ แฟกทอเรียล ที่ ตรง กับ ตัวส่วน แล้ว ตัด ตัวประกอบร่วมก่อนคำนวณ

ตัวอย่างโครงสร้างทั่วไป  $n! = n(n-1)(n-2)!$  ทำให้เห็นว่าการหารด้วย  $(n-2)!$  เหลือเพียงสอง ตัวประกอบ ไม่จำเป็นต้องหาค่าแฟกทอเรียลทั้งสองก่อน

#### ผลคูณที่เหลือหลังตัดทอน

สำหรับจำนวนเต็ม  $n \geq r \geq 0$

$$\frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1) \cdots (n-r+1)$$

มีตัวประกอบ  $r$  ตัว เมื่อ  $r = 0$  อัตราส่วนเท่ากับ 1

**ตัวอย่าง 3** จงหาค่าของ  $\frac{8!}{5!3!}$

**วิธีคิด** เขียน  $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5!$  แล้วตัด  $5!$

$$\frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

**ตอบ** 56

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1 (ต่อ)

## แฟกทอเรียลและการตัดทอน

### 1.4 ผลบวก ผลต่าง และสมการ

การตัดทอนทำได้ระหว่างตัวประกอบของเศษและส่วน จึงต้องจัดรูปผลบวกหรือผลต่างให้เป็นผลคูณก่อน ไม่ตัดแฟกทอเรียลข้ามเครื่องหมายบวกหรือลบ

หากนิพจน์มีตัวแปร ให้ระบุว่าค่าในแฟกทอเรียลเป็นจำนวนเต็มไม่ลบ แล้วตัดทอนเพื่อเปลี่ยนเป็นสมการที่คุ้นเคย

#### ดึงตัวประกอบร่วม

เมื่อ  $n \geq 1$  เป็นจำนวนเต็ม

$$n! + (n-1)! = (n+1)(n-1)!$$

$$n! - (n-1)! = (n-1)(n-1)!$$

และ  $\frac{(n+1)!}{n!} = n+1$  เมื่อ  $n \geq 0$

**ตัวอย่าง 4** ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก และ  $(n+1)!/n! = 6$  จงหา  $n! + (n-1)!$

**วิธีคิด** ตัดทอนได้  $n+1 = 6$  จึง  $n = 5$  จากนั้นตั้ง  $4!$  เป็นตัวประกอบ

$$5! + 4! = (5+1)4! = 6(24) = 144$$

**ตอบ** 144

แบบฝึกหัด | ตอนที่ 1 | ข้อ 1-2

## แพททอเรียลและการตัดทอน

ข้อ 1 จงหาค่าของ  $6!$

ตอบ \_\_\_\_\_

ข้อ 2 แฟ้มโครงงานต่างกัน 5 แฟ้มเรียงในแนวตรงได้ 5! วิธี จงหาจำนวนวิธีดังกล่าว

ตอบ \_\_\_\_\_

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 10

## ความน่าจะเป็นพื้นฐาน

### 10.1 การทดลองสุ่ม ปฏิบัติตัวอย่าง และเหตุการณ์

การทดลองสุ่มเป็นการกระทำที่ทราบผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้น แต่ไม่อาจระบุผลที่จะเกิดแน่นอนก่อนทดลอง เช่น โยนเหรียญหรือหยิบบัตรจากถุงโดยไม่มอง

**ปฏิบัติตัวอย่าง** เขียนแทนด้วย  $S$  คือกลุ่มของผลลัพธ์ทั้งหมดตามวิธีบันทึกที่กำหนด ส่วน **เหตุการณ์** เขียนแทนด้วย  $E$  คือกลุ่มผลลัพธ์ที่ผ่านเงื่อนไขที่สนใจ ทุกผลลัพธ์ของเหตุการณ์จึงเป็นผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นได้ในการทดลองนั้น

**เมื่อผลลัพธ์แต่ละแบบมีโอกาสเท่ากัน**

สัญลักษณ์  $P(E)$  อ่านว่า “ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  $E$ ”

$$P(E) = \frac{\text{จำนวนผลลัพธ์ที่ผ่านเงื่อนไข}}{\text{จำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด}} = \frac{n(E)}{n(S)}$$

โดย  $n(E)$  เป็นจำนวนผลลัพธ์ของเหตุการณ์ และ  $n(S)$  เป็นจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด ซึ่งต้องมีจำนวนจำกัดและมากกว่าศูนย์ จึงมี  $0 \leq P(E) \leq 1$

**ตัวอย่าง 54** โยนเหรียญเที่ยงตรงสองครั้งอย่างอิสระ จงหาความน่าจะเป็นที่ออกหัวพอดีหนึ่งครั้ง

**วิธีคิด** ให้  $H$  แทนหัว และ  $T$  แทนก้อย ผลลัพธ์ทั้งหมดคือ  $HH, HT, TH, TT$  รวมสี่แบบที่มีโอกาสเท่ากัน ผลลัพธ์ที่ผ่านเงื่อนไขคือ  $HT, TH$  รวมสองแบบ

$$P(E) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

**ตอบ**  $\frac{1}{2}$

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 10 (ต่อ)

## ความน่าจะเป็นพื้นฐาน

### 10.2 การเลือกผลลัพธ์ที่มีโอกาสเท่ากัน

ก่อนใช้จำนวนผลลัพธ์หารกัน ต้องตรวจสอบว่าสมาชิกในปริภูมิตัวอย่างมีโอกาสเท่ากันจริง การสุ่มอุปกรณ์เพียงตรงไม่ได้ทำให้ค่าผลรวมทุกค่ามีโอกาสเท่ากัน

เมื่อหมุนวงล้อเพียงตรงสองครั้งอย่างอิสระ คู่อันดับแต่ละคู่มีโอกาสเท่ากัน แต่ผลรวมบางค่าเกิดจากหลายคู่ จึงควรนับจากคู่อันดับหรือรวมความน่าจะเป็นของคู่เหล่านั้น

| ผลบวกจากวงล้อ 1, 2 สองครั้ง | คู่อันดับ      | จำนวนคู่ |
|-----------------------------|----------------|----------|
| 2                           | (1, 1)         | 1        |
| 3                           | (1, 2), (2, 1) | 2        |
| 4                           | (2, 2)         | 1        |

**ตัวอย่าง 55** หมุนวงล้อสองช่องเท่ากันติดเลข 1, 2 สองครั้งอย่างอิสระ จงหาความน่าจะเป็นที่ผลบวกเป็น 3

**วิธีคิด** ผลรวมเป็น 3 เกิดจากสองคู่ในสี่คู่ที่มีโอกาสเท่ากัน ดังนั้นได้  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  ไม่ใช่หนึ่งในสามของค่าผลบวก เพราะ 2, 3, 4 มีโอกาสต่างกัน

**ตอบ**  $\frac{1}{2}$

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 10 (ต่อ)

## ความน่าจะเป็นพื้นฐาน

### 10.3 เหตุการณ์ตรงข้าม

เหตุการณ์ตรงข้ามของ  $E$  เขียนเป็น  $E^c$  ประกอบด้วยผลลัพธ์ทั้งหมดใน  $S$  ที่ไม่อยู่ใน  $E$  สองเหตุการณ์นี้ไม่เกิดพร้อมกันและครอบคลุมผลลัพธ์ทั้งหมด

คำว่า “อย่างน้อยหนึ่งครั้ง” มีเหตุการณ์ตรงข้ามเป็น “ไม่เกิดเลย” ซึ่งมักนับได้โดยกำหนดเงื่อนไขเดียว ทุกครั้ง ส่วนตรงข้ามของ “พอดีหนึ่งครั้ง” รวมทั้งศูนย์ครั้งและมากกว่าหนึ่งครั้ง

#### สูตรส่วนเติมเต็ม

ให้  $E^c$  เป็นเหตุการณ์ตรงข้ามของ  $E$

$$P(E) + P(E^c) = 1, \quad P(E) = 1 - P(E^c)$$

เหตุการณ์เป็นไปไม่ได้มีความน่าจะเป็น 0 และเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นแน่นอนมีความน่าจะเป็น 1

**ตัวอย่าง 56** โยนเหรียญเที่ยงตรงสามครั้งอย่างอิสระ จงหาความน่าจะเป็นที่มีหัวอย่างน้อยหนึ่งครั้ง

**วิธีคิด** มี  $2^3 = 8$  ลำดับ เหตุการณ์ไม่มีหัวเลยคือ  $TTT$  เพียงหนึ่งลำดับ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่มีหัวอย่างน้อยหนึ่งครั้งคือ  $1 - 1/8 = 7/8$

**ตอบ**  $\frac{7}{8}$

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 10 (ต่อ)

## ความน่าจะเป็นพื้นฐาน

### 10.4 เหตุการณ์ที่เชื่อมด้วยคำว่า หรือ

คำว่า “หรือ” ทางคณิตศาสตร์รวมกรณีที่ผ่านมาทั้งสองเงื่อนไขด้วย เว้นแต่ระบุให้เกิดเพียงอย่างเดียว ดังนั้นเมื่อนำความน่าจะเป็นของสองเงื่อนไขมาบวก ต้องหักส่วนที่ผ่านทั้งสองเงื่อนไขออกหนึ่งครั้ง

ถ้าไม่มีผลลัพธ์ใดผ่านทั้งสองเงื่อนไข เรียกว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จึงบวกความน่าจะเป็นได้โดยตรง แต่คุณสมบัตินี้ต่างจากความเป็นอิสระ

#### หลักการรวมสองเงื่อนไข

$$\begin{aligned}P(\text{ผ่านอย่างน้อยหนึ่งเงื่อนไข}) &= P(\text{ผ่านเงื่อนไขแรก}) \\ &\quad + P(\text{ผ่านเงื่อนไขที่สอง}) \\ &\quad - P(\text{ผ่านทั้งสองเงื่อนไข})\end{aligned}$$

สัญลักษณ์  $P(\text{ข้อความ})$  หมายถึงความน่าจะเป็นที่จะเกิดตามข้อความในวงเล็บ

**ตัวอย่าง 57** สุ่มบัตรหมายเลข 1 ถึง 12 อย่างละหนึ่งใบ โดยทุกใบมีโอกาสเท่ากัน จงหาความน่าจะเป็นที่หมายเลขหารด้วย 2 หรือ 3 ลงตัว

**วิธีคิด** เลขคู่มี 6 ใบ พหุคูณของ 3 มี 4 ใบ ส่วนที่ผ่านทั้งสองเงื่อนไขคือ 6, 12 รวม 2 ใบ จึงได้

$$P(\text{ผ่านอย่างน้อยหนึ่งเงื่อนไข}) = \frac{6 + 4 - 2}{12} = \frac{2}{3}$$

**ตอบ**  $\frac{2}{3}$

แบบฝึกหัด | ตอนที่ 10 | ข้อ 121-122

## ความน่าจะเป็นพื้นฐาน

**ข้อ 121** เครื่องสุ่มให้จำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 15 ทุกจำนวนมีโอกาสเท่ากัน จงหาความน่าจะเป็นที่ได้ค่าน้อยกว่า 6

ตอบ \_\_\_\_\_

**ข้อ 122** สุ่มบัตรหนึ่งใบจากหมายเลข 7 ถึง 30 โดยทุกใบมีโอกาสเท่ากัน จงหาความน่าจะเป็นที่หมายเลขหารด้วย 4 ลงตัว

ตอบ \_\_\_\_\_

## เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 12

## ความน่าจะเป็นจากการหยิบสิ่งของ

### 12.1 การหยิบใส่คืน ไม่ใส่คืน และหยิบพร้อมกัน

การหยิบที่ละชิ้นต้องระบุว่าจะคืนชิ้นนั้นก่อนครั้งถัดไปหรือไม่ การใส่คืนทำให้จำนวนและสัดส่วนกลับเหมือนเดิม หากคลุกใหม่และสุ่มอย่างอิสระ จะใช้โอกาสเดิมในแต่ละครั้งได้

การไม่ใส่คืนทำให้จำนวนทั้งหมดลดลง และจำนวนของประเภทที่หยิบได้ลดลงด้วย ส่วนการหยิบพร้อมกันไม่กำหนดลำดับ จึงนับเป็นกลุ่มแทนลำดับการหยิบ

| วิธีเลือกสองชิ้น               | จำนวนผลลัพธ์   | การใช้ชิ้นเดิมซ้ำ |
|--------------------------------|----------------|-------------------|
| ทีละชิ้น ใส่คืน บันทึกลำดับ    | $N^2$          | ได้               |
| ทีละชิ้น ไม่ใส่คืน บันทึกลำดับ | $N(N - 1)$     | ไม่ได้            |
| พร้อมกัน ไม่บันทึกลำดับ        | $\binom{N}{2}$ | ไม่ได้            |

#### เลือกวิธีนับให้สอดคล้องกัน

ในตาราง  $N$  คือจำนวนสิ่งของต่างกันทั้งหมด โดย  $N \geq 2$

การหยิบพร้อมกันสองชิ้นกับการหยิบทีละชิ้นโดยไม่ใส่คืน ให้ความน่าจะเป็นเท่ากันสำหรับเงื่อนไขที่ไม่สนใจลำดับ เมื่อทุกชิ้นมีโอกาสถูกเลือกเท่ากัน แม้จำนวนผลลัพธ์ที่บันทึกต่างกัน

**ตัวอย่าง 64** ถูกลูกบอลขาวสองลูกและดำหนึ่งลูก สุ่มเลือกสองลูก จงหาโอกาสได้ขาวทั้งคู่ เมื่อ (ก) หยิบใส่คืน (ข) หยิบไม่ใส่คืน (ค) หยิบพร้อมกัน

**วิธีคิด** (ก) ใส่คืนแล้วสัดส่วนขาวยังเป็น  $2/3$  ทั้งสองครั้ง

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

(ข) ไม่ใส่คืน หลังหยิบขาวครั้งแรก เหลือขาวหนึ่งลูกจากสองลูก

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

(ค) หยิบพร้อมกัน มีคู่ที่เลือกได้ทั้งหมด  $\binom{3}{2} = 3$  คู่ เป็นคู่ขาวทั้งสองเพียงหนึ่งคู่ จึงมีโอกาส  $1/3$

**ตอบ** (ก)  $\frac{4}{9}$  (ข)  $\frac{1}{3}$  (ค)  $\frac{1}{3}$

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 12 (ต่อ)

## ความน่าจะเป็นจากการหยิบสิ่งของ

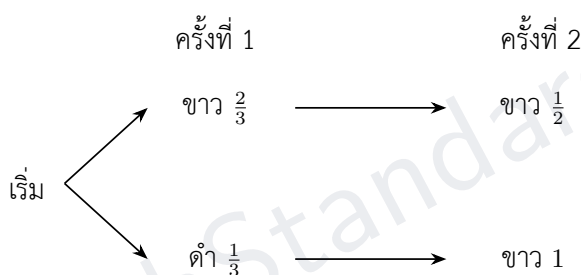
### 12.2 แผนภาพต้นไม้และโอกาสตามเส้นทาง

กำกับกิ่งของแผนภาพต้นไม้ด้วยความน่าจะเป็น ณ ขั้นนั้น หลังทราบผลก่อนหน้าแล้ว ความน่าจะเป็นของผลครบหนึ่งเส้นทางหาได้โดยคูณค่าตามกิ่ง

หากเหตุการณ์ที่สนใจเกิดได้หลายเส้นทางที่ไม่ซ้ำกัน ให้นำค่าของเส้นทางเหล่านั้นมาบวก การคูณตามกิ่งนี้ใช้ค่าที่เปลี่ยนตามผลก่อนหน้า จึงไม่จำเป็นต้องสมมติว่าครั้งต่าง ๆ เป็นอิสระ

**ตัวอย่าง 65** ลูกมีลูกบอลขาวสองลูกและดำหนึ่งลูก สุ่มหยิบสองครั้งโดยไม่ใส่คืน จงหาโอกาสที่ครั้งที่สองเป็นขาว

**วิธีคิด**



ภาพแสดงเฉพาะกิ่งที่จบด้วยขาว

ถ้าครั้งแรกขาว เหลือขาวหนึ่งจากสองลูก โอกาสเส้นทางขาว-ขาวคือ  $(2/3)(1/2) = 1/3$

ถ้าครั้งแรกดำ เหลือขาวทั้งสองลูก โอกาสเส้นทางดำ-ขาวคือ  $(1/3)(1) = 1/3$

รวมเป็น  $1/3 + 1/3 = 2/3$

**ตอบ**  $\frac{2}{3}$