



MathStandard

เอกสารประกอบการเรียน

เทคโนโลยีและวิทยาการคำนวณ

เรื่อง ของไหลและการประยุกต์

เตรียมสอบเข้า ม.4

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ วมว. รอบ 2

www.mathstandard.com

คำชี้แจง

ของไหลและการประยุกต์

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับ 2.0

ของไหลมีสมบัติที่เกี่ยวข้องกับความหนาแน่น ความดัน และการไหล การวิเคราะห์ระบบของไหลจึงต้องพิจารณาทั้งแรงที่กระทำ ปริมาตรที่เคลื่อนที่ และปริมาณที่สะสมตามเวลา ความสัมพันธ์เหล่านี้ใช้ในการอธิบายระบบลูกสูบ วัตถุลอยน้ำ ถึงเก็บน้ำ และการส่งของไหลผ่านอุปกรณ์

เนื้อหาครอบคลุมสมบัติของของไหลและความดัน แรงในระบบของไหล อัตราการไหลและปริมาตรสะสม ถึงเก็บน้ำและการจัดการน้ำ ตลอดจนการเลือกอุปกรณ์ภายใต้ข้อจำกัดหลายด้าน การวิเคราะห์เริ่มจากระบบพื้นฐานแล้วขยายสู่หลายช่วงเวลาและกรณีอุปกรณ์บางส่วนหยุดทำงาน

พื้นฐานที่ใช้ประกอบด้วยอัตราส่วน ร้อยละ สมการ อสมการ กราฟเส้นตรง และการแปลงหน่วย ต้องแยกแรงออกจากความดัน แยกอัตราการไหลออกจากอัตราเร็ว และระบุว่าความดันที่ใช้เป็นความดันสัมบูรณ์หรือความดันเทียบกับภายนอก

ความหนาแน่น ความเร่งโน้มถ่วง และสมบัติอุปกรณ์ให้ใช้ตามโจทย์ แบบจำลองอุดมคติอาจละเลยแรงเสียดทาน การรั่ว และความต่างระดับตามที่ระบุ การติดตามน้ำสะสมต้องตรวจจุดที่เต็มหรือว่างและลำดับการรับน้ำกับการใช้ ไม่ปล่อยให้ยอดน้ำติดลบหรือเกินความจุ

แบบฝึกหัดแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 4 คะแนน ให้แสดงเหตุผล การคำนวณ หรือการเปรียบเทียบตามคำถาม วิธีอื่นที่รักษาเงื่อนไขและให้เหตุผลถูกต้องได้รับคะแนนตามองค์ประกอบเดียวกัน องค์ประกอบที่มีหลายขั้นให้คะแนนบางส่วนตามความถูกต้อง โดยคะแนนรวมไม่เกินที่กำหนด

ข้อมูลในสถานการณ์ใช้สำหรับการวิเคราะห์ภายใต้สมมติฐานที่ระบุ การเลือกวัสดุหรืออุปกรณ์ใช้งานจริงยังต้องพิจารณาข้อมูลสมบัติ พิกัด และสภาพใช้งานที่เกี่ยวข้อง

สารบัญ

เนื้อหาและแบบฝึกหัด

ตอนที่ 1 สมบัติของของไหลและความดัน	4
แบบฝึกหัดตอนที่ 1	9
ตอนที่ 2 แรงในระบบของไหล	11
แบบฝึกหัดตอนที่ 2	17
ตอนที่ 3 อัตราการไหลและปริมาตรสะสม	19
แบบฝึกหัดตอนที่ 3	24
ตอนที่ 4 ถังเก็บน้ำและการจัดการน้ำ	26
แบบฝึกหัดตอนที่ 4	31
ตอนที่ 5 การออกแบบและประเมินระบบของไหล	33
แบบฝึกหัดตอนที่ 5	41
สรุปสาระสำคัญ	44
แบบฝึกหัดบูรณาการ	45
เฉลยเฉพาะคำตอบ	49
เฉลยวิธีคิดและเกณฑ์ตรวจ	52
เอกสารอ้างอิง	63

ตอนที่ 1

สมบัติของของไหลและความดัน

ของเหลวและแก๊สสามารถเปลี่ยนรูปร่างตามภาชนะ จึงจัดเป็นของไหล แต่การตอบสนองต่อแรงอัดแตกต่างกัน ของเหลวในปัญหาพื้นฐานมักถือว่ามีความหนาแน่นคงที่ ส่วนแก๊สอาจเปลี่ยนทั้งความหนาแน่นและปริมาตรเมื่อความดันหรืออุณหภูมิเปลี่ยน การเลือกแบบจำลองจึงต้องสัมพันธ์กับสภาวะที่กำหนด

1.1 ความหนาแน่น มวล และปริมาตร

ความหนาแน่นบอกมวลของสารต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร วัตถุที่มีมวลมากกว่าไม่จำเป็นต้องมีความหนาแน่นมากกว่า เพราะอาจมีปริมาตรมากกว่าด้วย การเปรียบเทียบจึงต้องใช้อัตราส่วนมวลต่อปริมาตร และใช้มวลเฉพาะสารที่กำลังพิจารณา ไม่รวมภาชนะโดยไม่ตั้งใจ

ความสัมพันธ์และการแปลงหน่วย

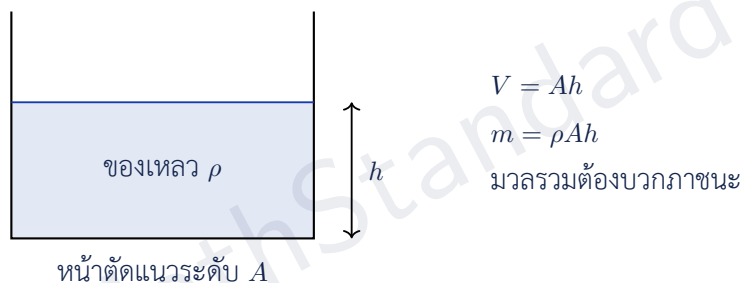
$$\rho = \frac{m}{V}, \quad m = \rho V, \quad V = \frac{m}{\rho}$$

ρ คือความหนาแน่น m คือมวล และ V คือปริมาตรของสารเดียวกัน หน่วย SI คือ kg/m^3 , kg และ m^3 ตามลำดับ

$$1 \text{ L} = 10^{-3} \text{ m}^3 = 1000 \text{ cm}^3, \quad 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

พื้นที่ต้องแปลงด้วยกำลังสอง เช่น $1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2$ ส่วนปริมาตรใช้กำลังสาม

ถังที่มีหน้าตัดแนวระดับคงที่มีปริมาตรของเหลว $V = Ah$ โดย A คือพื้นที่หน้าตัดและ h คือความสูงของเหลว ต้องแปลงหน่วยของ A และ h ให้สอดคล้องกันก่อนคูณ หากถังกว้างไม่เท่ากันตามความสูง ต้องแบ่งเป็นส่วนที่หาปริมาตรได้หรือใช้ข้อมูลความจุกับระดับน้ำที่กำหนด



ภาพที่ 1 ภาพตัดด้านข้างของถังทรงตรง พื้นที่ A เป็นพื้นที่แนวระดับ และ h วัดในแนวดิ่ง

ตัวอย่างที่ 1 มวลของเหลวจากระดับในถัง

ถังทรงตรงพื้นที่ฐาน 0.06 m^2 มีน้ำมันสูง 12 cm ความหนาแน่น 800 kg/m^3 ภาชนะเปล่ามวล 1.4 kg จงหาปริมาตรน้ำมันเป็นลิตรและมวลรวม

วิธีคิด แปลงระดับเป็น 0.12 m แล้วหา $V = 0.06(0.12) = 0.0072 \text{ m}^3 = 7.2 \text{ L}$ มวลน้ำมัน $m = 800(0.0072) = 5.76 \text{ kg}$ จึงมีมวลรวม $5.76 + 1.4 = 7.16 \text{ kg}$ การรวมภาชนะทำหลังจากคำนวณมวลน้ำมันแล้ว

ตอบ 7.2 L และ 7.16 kg

1.2 ความดันและแรงตั้งฉาก

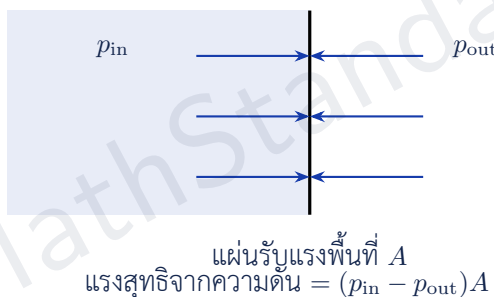
ความดันเป็นปริมาณที่บอกแรงตั้งฉากต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ ไม่ใช่ขนาดแรงทั้งหมด และไม่ใช่ปริมาณเวกเตอร์ ส่วนแรงที่ของไหลหนึ่งกระทำต่อผิวมีทิศตั้งฉากกับผิวนั้น เมื่อพื้นที่ใหญ่ขึ้น ภายใต้ความดันเท่าเดิม แรงรวมจะมากขึ้น

ผิวที่มีความดันสม่ำเสมอ

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}, \quad F_{\perp} = pA, \quad F_{\text{pressure, net}} = (p_1 - p_2)A$$

p เป็นความดันหน่วย Pa, $F_{\perp}$ เป็นแรงตั้งฉากหน่วย N และ A เป็นพื้นที่หน่วย m^2 โดย $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ สำหรับแผ่นที่มีความดันสม่ำเสมอทั้งสองด้าน p_1, p_2 ต้องใช้ค่าอ้างอิงเดียวกัน ผลต่างความดันกำหนดแรงสุทธิจากความดัน

แรงสุทธิจากความดันยังไม่จำเป็นต้องเท่ากับแรงลัพธ์ของทุกแรงบนวัตถุ เพราะอาจมีน้ำหนัก แรงยึด หรือแรงเสียดทานร่วมด้วย หากแผ่นอยู่นิ่ง แรงเหล่านี้ต้องสมดุลกัน การใช้ pA ต้องระบุด้วยว่าเป็นแรงจากด้านใดหรือเป็นแรงจากผลต่างสองด้าน



ภาพที่ 2 แรงจากความดันสองด้านมีทิศตรงข้ามกันบนแผ่นเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 2 แรงบนฝาและแรงยึด

ฝาแนวตั้งพื้นที่ 8 cm^2 รับความดันสม่ำเสมอด้านใน 135 kPa และด้านนอก 100 kPa ละเลยน้ำหนักและแรงอื่นนอกจากแรงยึด จงหาแรงสุทธิจากความดันและแรงยึดที่ทำให้ฝายู้อยู่นิ่ง

วิธี คิด พื้นที่เป็น $8 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ผลต่างความดันคือ 35000 Pa จึงได้ แรง จากความดัน $35000(8 \times 10^{-4}) = 28 \text{ N}$ ไปทางด้านนอก แรงยึดต้องมีขนาด 28 N ไปทางด้านใน เมื่อรวมทุกแรงแล้วแรงลัพธ์เป็นศูนย์

ตอบ แรงจากความดัน 28 N ออกด้านนอก และแรงยึด 28 N ทิศตรงข้าม

1.3 ความดันตามความลึกและความดันอ้างอิง

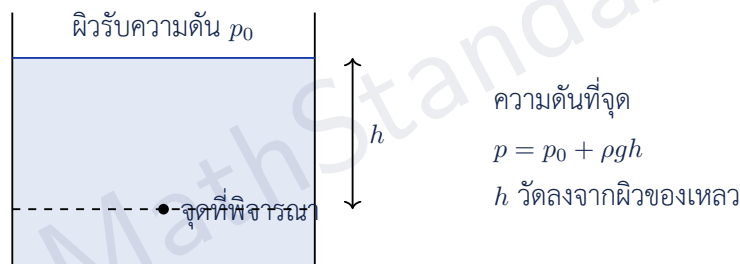
ในของเหลวหนึ่ง ความดันเพิ่มเมื่ออยู่ลึกลงไป เนื่องจากต้องรองรับน้ำหนักของของเหลวเหนือระดับที่พิจารณา ความลึกวัดในแนวตั้งจากผิวอิสระ ไม่ใช่ระยะตามผนังเอียง ภาชนะรูปร่างต่างกัน จึงอาจให้ความดันเท่ากันที่ระดับลึกเท่ากัน หากของเหลวและความดันที่ผิวเหมือนกัน

ของเหลวเนื้อเดียวที่ความหนาแน่นคงที่

$$p_{\text{abs}} = p_{\text{surface,abs}} + \rho gh, \quad p_g = p_{\text{abs}} - p_{\text{atm}}$$

p_{abs} คือความดันสัมบูรณ์เทียบสุญญากาศ p_g คือความดันเกจเทียบบรรยากาศ และ p_{atm} คือความดันบรรยากาศ หน่วย Pa ρ คือความหนาแน่นของเหลวหน่วย kg/m^3 , g คือความเร่งโน้มถ่วงหน่วย m/s^2 และ h คือความลึกหน่วย m ถ้าผิวเปิดสู่บรรยากาศ จึงได้ $p_g = \rho gh$

ถ้าผิวของเหลวถูกกดด้วยแก๊สที่มีความดันเกจไม่เป็นศูนย์ ต้องรวมความดันเกจที่ผิวนั้นด้วย ไม่ใช่ ρgh เป็นความดันเกจโดยอัตโนมัติ การหาแรงบนฝาที่อีกด้านเป็นบรรยากาศใช้ผลต่างความดัน ไม่ใช่ความดันสัมบูรณ์ด้านในเพียงค่าเดียว



ภาพที่ 3 จุดในของเหลวชนิดเดียวกันที่ระดับลึกเท่ากันมีความดันเท่ากันเมื่อของเหลวเชื่อมถึงกันและอยู่นิ่ง

ตัวอย่างที่ 3 ผิวของเหลวมีความดันเพิ่ม

ถังมีน้ำความหนาแน่น 1000 kg/m^3 แก๊สเหนือผิวน้ำมีความดันเกจ 6 kPa กำหนด $g = 10 \text{ m/s}^2$ และบรรยากาศ 100 kPa จงหาความดันเกจและสัมบูรณ์ที่ลึก 0.9 m แล้วหาแรงสุทธิจากความดันบนฝาแนวระดับพื้นที่ 10 cm^2 ซึ่งด้านนอกเป็นบรรยากาศ

วิธีคิด น้ำเพิ่มความดัน $1000(10)(0.9) = 9000 \text{ Pa}$ หรือ 9 kPa รวมกับเกจที่ผิวได้ 15 kPa ความดันสัมบูรณ์จึงเป็น 115 kPa ฝามีพื้นที่ 0.001 m^2 แรงสุทธิจากความดันเท่ากับ $15000(0.001) = 15 \text{ N}$

ตอบ 15 kPa , 115 kPa และ 15 N

1.4 ของเหลวหลายชั้นและขอบเขตการใช้สูตร

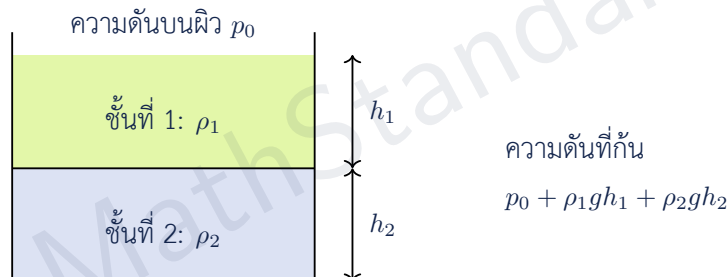
เมื่อของเหลวที่ไม่ผสมกันวางเป็นชั้นแนวระดับ ความดันที่เพิ่มในแต่ละชั้นต้องใช้ความหนาแน่นและความหนาของชั้นนั้น ภายใต้แบบจำลองที่ละเลยแรงตึงผิว ความดันต่อเนื่องที่รอยต่อ การเดินจากผิวบนลงมาจึงบวกผลต่างความดันที่ละชั้น

การรวมผลต่างความดัน

$$\Delta p = g(\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \dots)$$

ρ_i คือความหนาแน่นของชั้นที่ i , h_i คือความหนาแนวตั้งของชั้นนั้น และ g คือความเร่งโน้มถ่วง หากใช้ kg/m^3 , m และ m/s^2 จะได้ Δp หน่วย Pa

ผาระนาบแนวระดับอยู่ที่มีความลึกเดียวกันทั้งแผ่น จึงใช้ความดันหนึ่งค่าคูณพื้นที่ได้ ส่วนผนังแนวตั้งมีความดันเปลี่ยนตามความลึก การใช้ความดันที่จุดล่างสุดคูณทั้งผนังจะให้แรงมากเกินไปจริง เว้นแต่โจทย์ระบุให้ใช้แบบจำลองความดันสม่ำเสมอ การวิเคราะห์เบื้องต้นจึงต้องอ่านรูปและตำแหน่งผิวรับแรงก่อนเลือกสูตร



ภาพที่ 4 ชั้นบนและชั้นล่างมีความหนาแน่นต่างกัน แต่ความดันไม่กระโดดที่รอยต่อในแบบจำลองนี้

ตัวอย่างที่ 4 ฝาลังใต้ของเหลวสองชั้น

ถังเปิดมีน้ำมันความหนาแน่น 750 kg/m^3 หนา 0.4 m อยู่เหนือน้ำความหนาแน่น 1000 kg/m^3 หนา 0.5 m ให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ฝานวระดับที่กั้นถึงมีพื้นที่ 0.015 m^2 ด้านนอกเป็นบรรยากาศ จงหาแรงสุทธิจากความดัน และอธิบายเหตุที่ไม่ใช้ความหนาแน่นน้ำแทนทั้งหมด

วิธีคิด ชั้นน้ำมันเพิ่มความดัน $750(10)(0.4) = 3000 \text{ Pa}$ ชั้นน้ำเพิ่ม $1000(10)(0.5) = 5000 \text{ Pa}$ รวม 8000 Pa แรงสุทธิจากความดันเป็น $8000(0.015) = 120 \text{ N}$ หากถือว่าทั้งหมดเป็นน้ำจะได้ 9000 Pa ซึ่งสูงเกิน เพราะชั้นบนมีความหนาแน่นต่ำกว่า

ตอบ 120 N โดยใช้ความดันเกจรวม 8 kPa

แบบฝึกหัดตอนที่ 1

การวิเคราะห์และการให้เหตุผล

ให้แสดงเหตุผล การคำนวณ หรือตารางตามคำถาม โดยรักษาหน่วยและสมมติฐานที่กำหนด

ข้อ 1 ภาชนะมวล 0.8 kg บรรจุน้ำมัน 2.5 L ความหนาแน่น 840 kg/m^3 จงหามวลน้ำมันและมวลรวม พร้อมแสดงการแปลงหน่วย

ตอบ

ข้อ 2 ฝาปิดแนวราบมีพื้นที่ 12 cm^2 ด้านในมีความดันสัมบูรณ์ 128 kPa ด้านนอก 100 kPa ละเลยน้ำหนักฝา จงหาแรงสุทธิจากความดันและแรงที่ต้องกระทำเพื่อให้ฝายู่นิ่ง โดยระบุทิศ

ตอบ

ข้อ 3 ถังน้ำปิดมีความดันเกจบนผิว 4 kPa จุดหนึ่งอยู่ลึก 1.2 m น้ำมีความหนาแน่น 1000 kg/m^3 ให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$ และบรรยากาศ 100 kPa จงหาความดันเกจและสัมบูรณ์ที่จุดนั้น พร้อมอธิบายเหตุที่ค่าทั้งสองต่างกัน

ตอบ

ข้อ 4 ถังเปิดมีน้ำมันความหนาแน่น 800 kg/m^3 หนา 0.25 m อยู่เหนือน้ำความหนาแน่น 1000 kg/m^3 หนา 0.4 m ให้ $g = 10 \text{ m/s}^2$ แผ่นปิดเล็กแนวราบที่ก้นพื้นที่ 20 cm^2 ด้านนอกสัมผัสบรรยากาศ จงหาความดันเกจที่ก้นและแรงสุทธิจากความดันบนแผ่น

ตอบ

ข้อ 5 ถังเปิดสองใบรูปร่างต่างกันบรรจุน้ำชนิดเดียวกัน ผิวหน้าสูงเหนือกัน 0.6 m เท่ากัน ถัง P มีพื้นที่ก้น 0.02 m^2 และ Q มี 0.05 m^2 ให้ $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ และ $g = 10 \text{ m/s}^2$ ผู้หนึ่งกล่าวว่าแรงบนก้นเท่ากัน เพราะความลึกเท่ากัน จงตรวจคำกล่าวโดยใช้แรงสุทธิจากความดันเทียบบรรยากาศ

ตอบ

เฉลยวิธีคิดและเกณฑ์ตรวจ

การวิเคราะห์และการให้เหตุผล

ข้อ 1

วิธีคิด 2.5 L เท่ากับ 0.0025 m^3 มวลน้ำมันจึงเป็น $840(0.0025) = 2.1 \text{ kg}$ และมวลรวม $2.1 + 0.8 = 2.9 \text{ kg}$

ตอบ น้ำมัน 2.1 kg มวลรวม 2.9 kg

กลับไปโจทย์ข้อ 1

เกณฑ์ตรวจ (4 คะแนน): แปลงปริมาตร 1 คะแนน ใช้ความสัมพันธ์มวลกับความหนาแน่น 1 คะแนน มวลน้ำมัน 1 คะแนน มวลรวมพร้อมหน่วย 1 คะแนน

ข้อ 2

วิธีคิด ผลต่างความดันเป็น 28 kPa หรือ 28000 Pa พื้นที่ $12 \text{ cm}^2 = 0.0012 \text{ m}^2$ แรงสุทธิจากความดันคือ $28000(0.0012) = 33.6 \text{ N}$ ออกจากภาชนะ จึงต้องออกแรงเท่ากันในทิศเข้าภาชนะ

ตอบ แรงจากความดัน 33.6 N ออก และแรงยึด 33.6 N เข้า

กลับไปโจทย์ข้อ 2

เกณฑ์ตรวจ (4 คะแนน): ผลต่างความดัน 1 คะแนน แปลงพื้นที่ 1 คะแนน ขนาดแรง 1 คะแนน ทิศแรงและสมดุล 1 คะแนน

ข้อ 3

วิธีคิด ความดันเพิ่มจากน้ำเป็น $1000(10)(1.2) = 12000 \text{ Pa}$ หรือ 12 kPa ความดันเกจที่จุดจึงเป็น $4 + 12 = 16 \text{ kPa}$ ส่วนสัมบูรณ์เป็น $100 + 16 = 116 \text{ kPa}$ เพราะสัมบูรณ์รวมความดันบรรยากาศอ้างอิง

ตอบ เกจ 16 kPa สัมบูรณ์ 116 kPa

กลับไปโจทย์ข้อ 3

เกณฑ์ตรวจ (4 คะแนน): ความดันจากความลึก 1 คะแนน ความดันเกจ 1 คะแนน สัมบูรณ์ 1 คะแนน อธิบายจุดอ้างอิง 1 คะแนน

ข้อ 4

วิธีคิด น้ำมันให้ $800(10)(0.25) = 2000 \text{ Pa}$ น้ำให้ $1000(10)(0.4) = 4000 \text{ Pa}$ รวมเกจ 6000 Pa พื้นที่ 0.002 m^2 จึงได้แรง $6000(0.002) = 12 \text{ N}$ ลงออกจากถัง ความดันบรรยากาศทั้งสองด้านหักกัน

ตอบ 6 kPa และ 12 N ลง

กลับไปโจทย์ข้อ 4

เกณฑ์ตรวจ (4 คะแนน): ความดันชั้นน้ำมัน 1 คะแนน ชั้นน้ำและผลรวม 1 คะแนน แปลงพื้นที่และแรง 1 คะแนน ทิศและหักบรรยากาศ 1 คะแนน