



MathStandard

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ วมว. รอบ 2

ชุดฝึก 10

คำชี้แจงฉบับตัวอย่าง

ชุดฝึก 10 | ฉบับ 1.1

เอกสารฉบับนี้ประกอบด้วยข้อสอบข้อ 3 และข้อ 7 จากชุดฝึกคณิตศาสตร์ วมว. รอบ 2 ชุด 10 พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ

ฉบับเต็มมีข้อสอบ 10 ข้อ แบ่งเป็นเต็มคำตอบ 5 ข้อและแสดงวิธีทำ 5 ข้อ พร้อมเฉลยคำตอบ วิธีทำ และเกณฑ์ประเมิน รวม 24 หน้า ขนาด A4

สารบัญฉบับตัวอย่าง

รายการ	หน้าในไฟล์นี้
หน้าปก	1
ข้อสอบแบบเต็มคำตอบ ข้อ 3	3
ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ ข้อ 7	4
เฉลยคำตอบ	5
วิธีทำข้อ 3	6
วิธีทำข้อ 7	7

เลขหน้าที่ปรากฏในหน้าข้อสอบและเฉลยอ้างอิงฉบับเต็ม สารบัญของไฟล์ตัวอย่างใช้ลำดับหน้าของไฟล์นี้

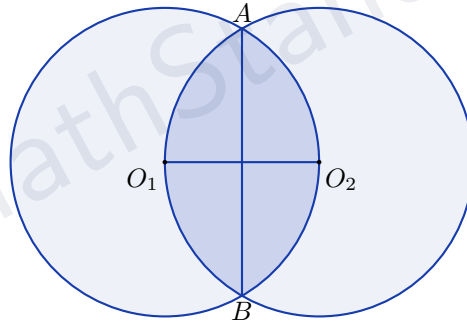
จัดทำโดย MathStandard

www.mathstandard.com

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 3 วงกลมสองวงมีรัศมีเท่ากันและตัดกันที่ A, B โดยมีศูนย์กลาง O_1, O_2 ตามลำดับ กำหนดให้ $O_1O_2 = 12$ หน่วย และคอร์ดร่วม $AB = 12\sqrt{3}$ หน่วย จงหาพื้นที่รวมของบริเวณที่อยู่ภายในวงกลมอย่างน้อยหนึ่งวง โดยนับส่วนที่ซ้อนกันเพียงครั้งเดียว



ตอบ _____

พื้นที่ทด

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 7 กำหนดให้ $P(x) = ax^2 + bx + c$ โดย a, b, c เป็นจำนวนจริงและ $a \neq 0$ ถ้า

$P(x+1) - P(x) = 2x - 2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x

และ $P(2) = -1$ จงหาจำนวนจริง x ทุกค่าที่ทำให้

$$P(P(x)) = 1$$

โดย $P(P(x))$ หมายถึงการนำค่า $P(x)$ ไปแทนตัวแปรในพหุนาม P อีกครั้ง

วิธีทำ

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดฝึก 10 | ฉบับ 1.1

เฉพาะข้อสอบที่คัดไว้ในฉบับตัวอย่าง

ข้อ	คำตอบ	วิธีทำ
3	$192\pi + 72\sqrt{3}$ ตารางหน่วย	วิธีทำข้อ 3
7	$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$	วิธีทำข้อ 7

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

วิธีทำข้อ 3

พื้นที่รวมของวงกลมที่ซ้อนกัน

ให้รัศมีรวมเป็น r หน่วย และ M เป็นจุดกึ่งกลางคอร์ด AB เส้นตรงที่เชื่อมศูนย์กลางตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดรวม อีกทั้งสองวงมีรัศมีเท่ากัน จึงมี

$$AM = 6\sqrt{3}, \quad O_1M = O_2M = 6$$

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในสามเหลี่ยม O_1MA ได้

$$r^2 = (6\sqrt{3})^2 + 6^2 = 144 \quad \implies \quad r = 12$$

สามเหลี่ยม O_1AO_2 มีด้านทั้งสามยาว 12 หน่วย จึงเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ทำให้มุมระหว่าง O_1A กับ O_1M เท่ากับ 60° และมุมที่ศูนย์กลาง $\angle AO_1B = 120^\circ$

ส่วนซ้อนกันแบ่งได้เป็นสองส่วนที่เท่ากัน แต่ละส่วนเป็นพื้นที่ส่วนของวงกลมที่มีมุมที่ศูนย์กลาง 120° ลบพื้นที่สามเหลี่ยม O_1AB ซึ่งใช้ฐาน AB และความสูง O_1M จึงมีพื้นที่ซ้อนกัน

$$2 \left(\frac{120}{360} \pi (12)^2 - \frac{1}{2} (12\sqrt{3})(6) \right) = 96\pi - 72\sqrt{3}$$

พื้นที่วงกลมทั้งสองรวมกันนับส่วนซ้อนสองครั้ง จึงต้องลบส่วนซ้อนหนึ่งครั้ง ได้

$$2\pi(12)^2 - (96\pi - 72\sqrt{3}) = 192\pi + 72\sqrt{3}$$

ตอบ $192\pi + 72\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

วิธีทำข้อ 7

ผลต่างพหุนามและการแทนค่าซ้อน

ขยายผลต่างพหุนามตามนิยาม ได้

$$P(x+1) - P(x) = 2ax + a + b$$

เทียบสัมประสิทธิ์กับ $2x - 2$ ได้ $2a = 2$ และ $a + b = -2$ จึงมี $a = 1, b = -3$ จาก $P(2) = -1$ ได้

$$4 - 6 + c = -1 \implies c = 1$$

ดังนั้น $P(x) = x^2 - 3x + 1$

ให้ $u = P(x)$ ในสมการที่ต้องการ แล้ว $P(u) = 1$ ทำให้

$$u^2 - 3u + 1 = 1 \implies u(u - 3) = 0$$

จึงต้องมี $P(x) = 0$ หรือ $P(x) = 3$ แยกพิจารณาเป็น

$$P(x) = 0 \implies x^2 - 3x + 1 = 0 \implies x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$P(x) = 3 \implies x^2 - 3x - 2 = 0 \implies x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

ทั้งสองสมการมีตัวจำแนกเป็นบวก และไม่มีรากร่วมกัน เนื่องจาก $P(x)$ ไม่อาจเท่ากับ 0 และ 3 พร้อมกันได้ จึงได้รากจริงต่างกันสี่ค่า แทนแต่ละกรณีกลับจะมี $P(0) = P(3) = 1$ จึงเป็นคำตอบของสมการซ้อนทุกค่า

ตอบ $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}, \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

เกณฑ์ประเมิน 4 คะแนน

1. เทียบสัมประสิทธิ์และใช้ค่าที่กำหนดหา $P(x)$; 2. แทนตัวแปรเพื่อแยกสมการซ้อนเป็นสองกรณี; 3. แก้สมการกำลังสองได้รากจริงสี่ค่าถูกต้อง; 4. ตรวจสอบกลับและแสดงความครบถ้วนของราก

ประเด็นละ 1 คะแนน โดยพิจารณาวิธีทำอื่นที่ถูกต้องและมีเหตุผลครบถ้วนตามเกณฑ์เดียวกัน