



MathStandard

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ วมว. รอบ 2

ชุดฝึก 09

คำชี้แจงฉบับตัวอย่าง

ชุดฝึก 09 | ฉบับ 1.1

เอกสารฉบับนี้ประกอบด้วยข้อสอบข้อ 3 และข้อ 7 จากชุดฝึกคณิตศาสตร์ วมว. รอบ 2 ชุด 09 พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ

ฉบับเต็มมีข้อสอบ 10 ข้อ แบ่งเป็นเต็มคำตอบ 5 ข้อและแสดงวิธีทำ 5 ข้อ พร้อมเฉลยคำตอบ วิธีทำ และเกณฑ์ประเมิน รวม 24 หน้า ขนาด A4

สารบัญฉบับตัวอย่าง

รายการ	หน้าในไฟล์นี้
หน้าปก	1
ข้อสอบแบบเต็มคำตอบ ข้อ 3	3
ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ ข้อ 7	4
เฉลยคำตอบ	5
วิธีทำข้อ 3	6
วิธีทำข้อ 7	7

เลขหน้าที่ปรากฏในหน้าข้อสอบและเฉลยอ้างอิงฉบับเต็ม สารบัญของไฟล์ตัวอย่างใช้ลำดับหน้าของไฟล์นี้

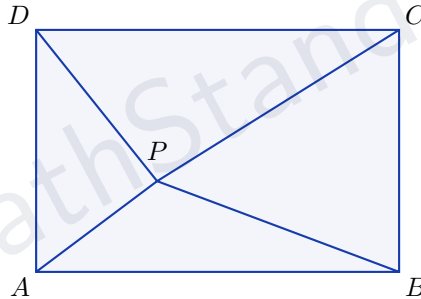
จัดทำโดย MathStandard

www.mathstandard.com

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 3 รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $ABCD$ มี $AB > BC$ และมีความยาวรอบรูป 40 หน่วย จุด P อยู่ภายในรูป โดยพื้นที่สามเหลี่ยม PAB, PBC, PCD เท่ากับ 18, 32, 30 ตารางหน่วย ตามลำดับ จงหาความยาว PD



ตอบ _____

พื้นที่ทด

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 7 จงหาจำนวนจริง k ทั้งหมดที่ทำให้สมการ

$$x^2 - (k + 3)x + 2k + 1 = 0$$

มีรากจริงสองค่าที่แตกต่างกัน และรากทั้งสองอยู่ในช่วง $1 < x < 4$ พร้อมแสดงเหตุผลว่าเงื่อนไขที่ได้
จำเป็นและเพียงพอ

วิธีทำ

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดฝึก 09 | ฉบับ 1.1

เฉพาะข้อสอบที่คัดไว้ในฉบับตัวอย่าง

ข้อ	คำตอบ	วิธีทำ
3	$\sqrt{41}$ หน่วย	วิธีทำข้อ 3
7	$1 < k < \frac{5}{2}$	วิธีทำข้อ 7

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

วิธีทำข้อ 3

ระยะทางจากพื้นที่สามเหลี่ยมในรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ให้ด้าน $AB = w, BC = h$ หน่วย โดย $w > h > 0$ และให้ระยะตั้งฉากจาก P ถึง AB เท่ากับ y หน่วย
พื้นที่สองสามเหลี่ยมที่มีฐานอยู่บนด้านขนาน AB, CD รวมกันเป็น

$$18 + 30 = \frac{1}{2}wy + \frac{1}{2}w(h - y) = \frac{1}{2}wh$$

จึงมี $wh = 96$ และจากรูปมี $w + h = 20$ แก้ความสัมพันธ์ทั้งสอง ได้

$$w(20 - w) = 96 \implies (w - 12)(w - 8) = 0$$

เนื่องจาก $w > h$ จึงได้ $w = 12, h = 8$ หน่วย และจากพื้นที่ PAB มี $y = 2(18)/12 = 3$ หน่วย

กำหนดพิกัด $A = (0, 0), B = (12, 0), C = (12, 8), D = (0, 8)$ ให้ $P = (x, 3)$ พื้นที่ PBC ให้

$$\frac{1}{2}(8)(12 - x) = 32 \implies x = 4$$

ดังนั้น $P = (4, 3)$ และความยาวที่ต้องการเป็น

$$PD = \sqrt{(4 - 0)^2 + (3 - 8)^2} = \sqrt{41} \text{ หน่วย}$$

ตอบ $\sqrt{41}$ หน่วย

วิธีทำข้อ 7

รากสมการกำลังสองในช่วงที่กำหนด

ให้ $f(x) = x^2 - (k+3)x + 2k+1$ ตัวจำแนกของสมการเท่ากับ

$$(k+3)^2 - 4(2k+1) = (k-1)^2 + 4 > 0$$

สมการจึงมีรากจริงต่างกันสองค่าเสมอ ให้รากเป็น $r < s$ อีกทั้ง $f(2) = -1 < 0$ และสัมประสิทธิ์ของ x^2 เป็นบวก จึงมี

$$r < 2 < s$$

พหุนามมีค่าเป็นลบระหว่างรากและเป็นบวกภายนอกช่วงราก ถ้ารากทั้งสองอยู่ในช่วง $(1, 4)$ ต้องมี $f(1) > 0$ และ $f(4) > 0$ คำนวณได้

$$f(1) = k-1, \quad f(4) = 5-2k$$

จึงต้องมี

$$k > 1, \quad k < \frac{5}{2}$$

ในทางกลับกัน ถ้า $1 < k < 5/2$ จะมี $f(1) > 0, f(4) > 0$ เนื่องจาก $1 < 2 < s$ และค่าพหุนามที่ 1 เป็นบวก จึงได้ $1 < r$ เช่นเดียวกัน $4 > 2 > r$ และ $f(4) > 0$ ทำให้ $s < 4$ รากทั้งสองจึงอยู่ในช่วงที่กำหนด

ค่าปลาย $k = 1$ ทำให้ $x = 1$ เป็นราก และ $k = 5/2$ ทำให้ $x = 4$ เป็นราก จึงไม่รวมค่าปลายทั้งสอง

ตอบ $1 < k < \frac{5}{2}$

เกณฑ์ประเมิน 4 คะแนน

1. พิสูจน์ว่ามีรากจริงต่างกันสองค่าและ 2 อยู่ระหว่างราก; 2. ใช้เครื่องหมายพหุนามที่ปลายช่วงหาเงื่อนไขจำเป็น; 3. พิสูจน์ย้อนกลับว่าเงื่อนไขเพียงพอ; 4. คัดปลายช่วงและสรุปช่วงของ k ถูกต้อง

ประเด็นละ 1 คะแนน โดยพิจารณาวิธีทำอื่นที่ถูกต้องและมีเหตุผลครบถ้วนตามเกณฑ์เดียวกัน