



MathStandard

แนวข้อสอบคณิตศาสตร์

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ วมว. รอบ 2

ชุดฝึก 03

คำชี้แจงฉบับตัวอย่าง

ชุดฝึก 03 | ฉบับ 1.1

เอกสารฉบับนี้ประกอบด้วยข้อสอบข้อ 3 และข้อ 7 จากชุดฝึกคณิตศาสตร์ วมว. รอบ 2 ชุด 03 พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีทำ

ฉบับเต็มมีข้อสอบ 10 ข้อ แบ่งเป็นเติมคำตอบ 5 ข้อและแสดงวิธีทำ 5 ข้อ พร้อมเฉลยคำตอบ วิธีทำ และเกณฑ์ประเมิน รวม 24 หน้า ขนาด A4

สารบัญฉบับตัวอย่าง

รายการ	หน้าในไฟล์นี้
หน้าปก	1
ข้อสอบแบบเติมคำตอบ ข้อ 3	3
ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำ ข้อ 7	4
เฉลยคำตอบ	5
วิธีทำข้อ 3	6
วิธีทำข้อ 7	7

เลขหน้าที่ปรากฏในหน้าข้อสอบและเฉลยอ้างอิงฉบับเต็ม สารบัญของไฟล์ตัวอย่างใช้ลำดับหน้าของไฟล์นี้

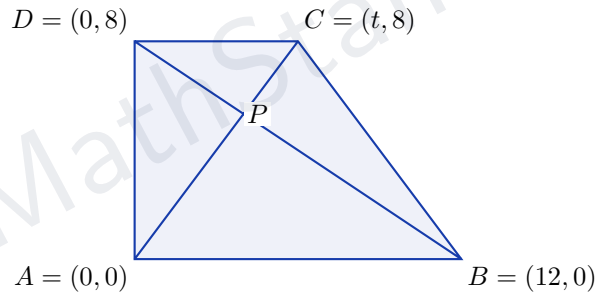
จัดทำโดย MathStandard

www.mathstandard.com

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 3 บนระนาบพิกัดฉาก กำหนด $A = (0, 0)$, $B = (12, 0)$, $D = (0, 8)$ และ $C = (t, 8)$ โดย $t > 0$ เส้นทแยงมุม AC และ BD ตัดกันที่ P ถ้ารูปสามเหลี่ยม APB มีพื้นที่ 32 ตารางหน่วย จงหาจำนวนจุดที่ พิกัดทั้งสองเป็นจำนวนเต็มและอยู่ภายในรูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ โดยไม่นับจุดบนขอบรูป



ตอบ _____

พื้นที่ที่

ฉบับตัวอย่างบางส่วน

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 7 จงหาคำตอบที่เป็นจำนวนจริงทั้งหมดของสมการ

$$\sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{x^2 - 6x + 40} = 9$$

พร้อมตรวจสอบคำตอบในสมการเดิม

วิธีทำ

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดฝึก 03 | ฉบับ 1.1

เฉพาะข้อสอบที่คัดไว้ในฉบับตัวอย่าง

ข้อ	คำตอบ	วิธีทำ
3	59 จุด	วิธีทำข้อ 3
7	$x = 3 - \sqrt{5}, 3 + \sqrt{5}$	วิธีทำข้อ 7

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

วิธีทำข้อ 3

พื้นที่กับจุดพิกต์จำนวนเต็มภายในรูป

ฐาน AB ยาว 12 หน่วย ถ้าระยะตั้งฉากจาก P ถึง AB เท่ากับ h หน่วย จะมี

$$\frac{1}{2}(12)h = 32 \implies h = \frac{16}{3}$$

เส้น BD ผ่าน $(12, 0)$ และ $(0, 8)$ จึงมีสมการ $y = 8 - \frac{2}{3}x$ แทน $y = 16/3$ ได้ $P = (4, 16/3)$

จุด A, P, C อยู่บนเส้นตรงเดียวกันผ่านจุดกำเนิด อัตราส่วน y/x จึงเท่ากัน ได้

$$\frac{8}{t} = \frac{16/3}{4} = \frac{4}{3} \implies t = 6$$

ขอบด้าน BC ผ่าน $(12, 0)$ และ $(6, 8)$ จึงมีสมการ $x = 12 - \frac{3}{4}y$ จุดภายในที่เป็นพิกต์จำนวนเต็มต้องมี $y = 1, 2, \dots, 7$ และ

$$0 < x < 12 - \frac{3}{4}y$$

y	1	2	3	4	5	6	7
จำนวนค่า x	11	10	9	8	8	7	6

เมื่อ $y = 4$ ขอบอยู่ที่ $x = 9$ จึงไม่นับจุดนั้น รวมจำนวนจุดได้ $11 + 10 + 9 + 8 + 8 + 7 + 6 = 59$ จุด

ตอบ 59 จุด

วิธีทำข้อ 7

สมการกรณฑ์และผลต่างของกำลังสอง

เขียนพจน์ใต้กรณฑ์เป็น $x^2 - 6x + 13 = (x - 3)^2 + 4$ และ $x^2 - 6x + 40 = (x - 3)^2 + 31$ จึงมีค่าบวกสำหรับจำนวนจริงทุกค่า

ให้ $u = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$ และ $v = \sqrt{x^2 - 6x + 40}$ สมการเดิมให้ $u + v = 9$ อีกทั้ง

$$v^2 - u^2 = 27 \implies (v - u)(v + u) = 27$$

ใช้ $v + u = 9$ จึงได้ $v - u = 3$ แก้สมการพร้อมกัน ได้ $u = 3$ และ $v = 6$ ดังนั้น

$$x^2 - 6x + 13 = 9$$

$$(x - 3)^2 = 5$$

$$x = 3 - \sqrt{5} \quad \text{หรือ} \quad x = 3 + \sqrt{5}$$

สำหรับทั้งสองค่า มี $(x - 3)^2 = 5$ พจน์ใต้กรณฑ์จึงเป็น 9 และ 36 ทำให้ด้านซ้ายเท่ากับ $3 + 6 = 9$ ทั้งสองค่าจึงเป็นคำตอบของสมการเดิม

ตอบ $x = 3 - \sqrt{5}, 3 + \sqrt{5}$

เกณฑ์ประเมิน 4 คะแนน

1. กำหนดค่ากรณฑ์ทั้งสองและอธิบายขอบเขต; 2. ใช้ผลต่างของกำลังสองได้ $v - u = 3$; 3. แก้สมการหาค่า x ครบสองค่า; 4. ตรวจสอบคำตอบทั้งสองในสมการเดิม

ประเด็นละ 1 คะแนน โดยพิจารณาวิธีทำอื่นที่ถูกต้องและมีเหตุผลครบถ้วนตามเกณฑ์เดียวกัน