



MathStandard

ตัวอย่างข้อสอบเก่า

เรียบเรียงใหม่

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

วิชาคณิตศาสตร์

โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ วมว. รอบ 2

ชุดอ้างอิง 04

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

คำชี้แจง

ชุดอ้างอิง 04 | ฉบับ 1.3

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

เอกสารแนวข้อสอบคณิตศาสตร์สำหรับเตรียมความพร้อมเข้า ม.4 โครงการห้องเรียนวิทยาศาสตร์ มว. รอบ 2 มุ่งประเมินการวิเคราะห์เงื่อนไข การเชื่อมโยงความรู้ และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จัดทำโดย MathStandard

ข้อสอบในชุดนี้ครอบคลุมจำนวนเต็ม สมการ ค่าเฉลี่ย ความน่าจะเป็น ความคล้าย ตรีโกณมิติ ทฤษฎีบททวงกม เส้น มัธยฐาน และปริมาตร

ข้อสอบมีจำนวน 10 ข้อ แบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่	ข้อ	รูปแบบการตอบ
1	1-5	เติมคำตอบ จำนวน 5 ข้อ
2	6-10	แสดงวิธีทำ จำนวน 5 ข้อ

- ตอนที่ 1 ข้อ 1-5 เขียนเฉพาะคำตอบในช่องที่กำหนด
- ตอนที่ 2 ข้อ 6-10 แสดงวิธีทำและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามลำดับ และระบุคำตอบในช่องท้ายข้อ
- คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วนหรือกรณฑ์ในรูปอย่างง่าย และคงค่า π ไว้ เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น พร้อมระบุหน่วยเมื่อจำเป็น
- รูปประกอบอาจไม่เป็นไปตามมาตราส่วน การคำนวณให้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่ระบุในโจทย์
- เฉลยคำตอบและวิธีทำอยู่ท้ายเล่ม เรียงตามลำดับข้อ

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อ โรงเรียน และโครงการ ที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของ การสอบ

สารบัญ

รายการ	หน้า
คำชี้แจง	1
ข้อสอบ	3–12
ตอนที่ 1 เติมคำตอบ ข้อ 1–5	3–7
ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ ข้อ 6–10	8–12
เฉลยคำตอบ	13
วิธีทำ	14–23

วิธีทำรายข้อ

ข้อ 1 เหริยสามชนิดและเงื่อนไขจำนวนเต็ม	14
ข้อ 2 กำลังสองสมบูรณ์และเศษจากการหาร	15
ข้อ 3 พื้นที่และความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า	16
ข้อ 4 ค่าเฉลี่ยเมื่อย้ายสมาชิกระหว่างกลุ่ม	17
ข้อ 5 ความน่าจะเป็นของรหัสสามหลัก	18
ข้อ 6 จำนวนห้าหลักและการหารลงตัว	19
ข้อ 7 สมการกำลังสี่แบบสมมาตร	20
ข้อ 8 เส้นสัมผัสวงกลมและความคล้าย	21
ข้อ 9 ปริมาตรภาชนะเมื่อกลับหัว	22
ข้อ 10 เส้นมัธยฐานตั้งฉากและความยาวด้าน	23

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 1 มีเหรียญสามชนิดที่มีมูลค่าเป็นจำนวนเต็มบวกต่างกัน ก้อยและแก้วต่างมีเหรียญครบทั้งสามชนิด ก้อยมีเหรียญทั้งหมด 4 เหรียญ รวมมูลค่า 40 หน่วย ส่วนแก้วมีเหรียญทั้งหมด 5 เหรียญ รวมมูลค่า 25 หน่วย ถ้ามีเหรียญชนิดละหนึ่งเหรียญ จะมีมูลค่ารวมกี่หน่วย

ตอบ _____

พื้นที่ทดสอบ

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

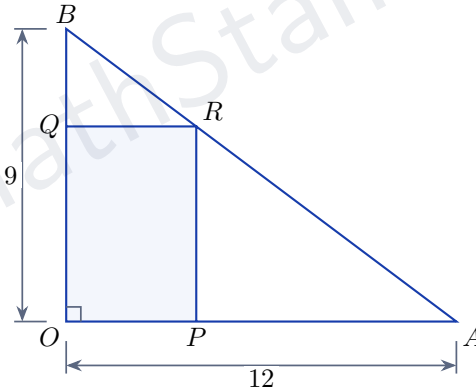
ข้อ 2 ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 90 โดย $18n$ เป็นกำลังสองของจำนวนเต็ม และเมื่อนำ n หารด้วย 5 เหลือเศษ 3 จงหาค่ามากที่สุดของ n

ตอบ _____

พื้นที่ทด

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 3 รูปสามเหลี่ยม OAB มีมุมฉากที่ O โดย $OA = 12$ หน่วย และ $OB = 9$ หน่วย รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า $OPRQ$ อยู่ภายในรูปสามเหลี่ยม โดยจุด P, Q, R อยู่บน OA, OB, AB ตามลำดับ ถ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ 24 ตารางหน่วย จงหาความยาวรอบรูปที่มากที่สุดที่เป็นไปได้



ตอบ _____

พื้นที่ที่

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 4 กลุ่ม A และ B มีจำนวนสมาชิกไม่เท่ากัน และมีคะแนนเฉลี่ยรวมก่อนย้ายเท่ากับ $\frac{31}{2}$ คะแนน เมื่อย้ายสมาชิกหนึ่งคนจากกลุ่ม B ไปกลุ่ม A โดยคะแนนของแต่ละคนคงเดิม ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนแปลงตามตาราง จงหาคะแนนของสมาชิกที่ย้ายกลุ่ม

กลุ่ม	ค่าเฉลี่ยก่อนย้าย	ค่าเฉลี่ยหลังย้าย
A	8	9
B	26	$\frac{57}{2}$

ตอบ _____

พื้นที่ทด

ตอนที่ 1 เติมคำตอบ

ข้อ 5 มีกระดาษขนาดเท่ากัน 1000 ใบ เขียนรหัสสามหลักตั้งแต่ 000 ถึง 999 ใบละหนึ่งรหัสโดยไม่ซ้ำกัน ใส่กระดาษทั้งหมดลงในกล่องแล้วสุ่มหยิบหนึ่งใบ โดยแต่ละใบมีโอกาสถูกเลือกเท่ากัน

จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้รหัสซึ่งเลขโดดเรียงติดกันทีละ 1 จากซ้ายไปขวา โดยเพิ่มขึ้นตลอดหรือลดลงตลอด และผลรวมของเลขโดดทั้งสามหารด้วย 12 หรือ 21 ลงตัวอย่างน้อยหนึ่งจำนวน

ตอบ _____

พื้นที่ทดสอบ

ข้อ 6 ใช้เลขโดด $1, 2, \dots, 9$ สร้างจำนวนหลักที่มีเลขโดดเพิ่มขึ้นอย่างเคร่งครัดจากซ้ายไปขวา โดยต้องมีทั้งเลขโดด 2 และ 8 จงหาว่ามีจำนวนที่หารด้วย 12 ลงตัวทั้งหมดกี่จำนวน และจำนวนที่มากที่สุดคือจำนวนใด พร้อมแสดงเหตุผลว่าพิจารณาครบทุกกรณี

ตอบ _____

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 7 จงหาคำตอบที่เป็นจำนวนจริงทั้งหมดของสมการ

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

พร้อมแสดงเหตุผลว่าพิจารณาครบทุกคำตอบ

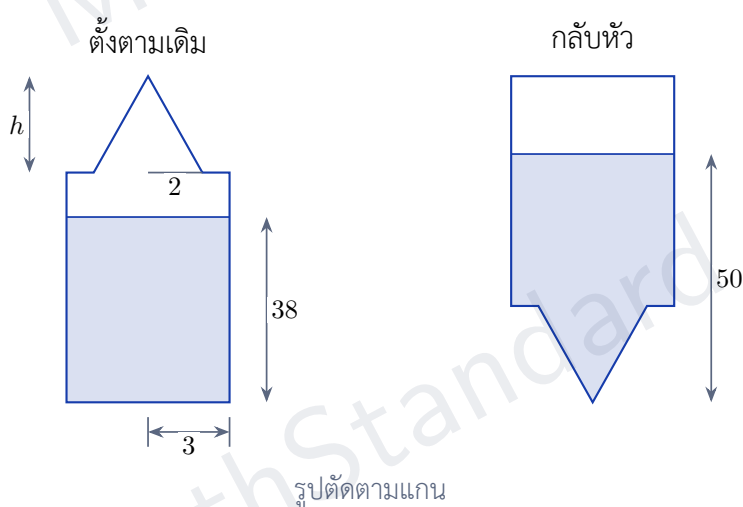
วิธีทำ

ตอบ _____

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 9 ภาพประกอบประกอบด้วยส่วนทรงกระบอกรัศมีภายใน 3 หน่วย และส่วนกรวยกลมตรงรัศมีฐานภายใน 2 หน่วย สูง h หน่วย ฐานกรวยต่อกับช่องวงกลมตรงกลางด้านบนของทรงกระบอก ภายในทั้งสองส่วนเชื่อมถึงกัน และไม่นำความหนาของผนังมาคำนวณ

เมื่อวางให้ยอดกรวยอยู่ด้านบน น้ำอยู่ในส่วนทรงกระบอกและมีระดับสูง 38 หน่วยจากฐานล่าง เมื่อกลับหัวโดยไม่มีน้ำรั่ว น้ำเต็มส่วนกรวยและล้นเข้าไปในส่วนทรงกระบอก โดยผิวน้ำอยู่สูง 50 หน่วยจากยอดกรวยที่อยู่ล่างสุด จงหาความสูง h ของส่วนกรวย

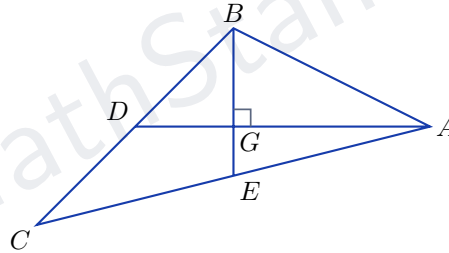


วิธีทำ

ตอบ _____

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำ

ข้อ 10 ในรูปสามเหลี่ยม ABC จุด D, E เป็นจุดกึ่งกลางของ BC, AC ตามลำดับ เส้นมัธยฐาน AD และ BE ตัดกันที่จุด G ถ้า $AB = 2\sqrt{5}$ หน่วย และพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับ 12 ตารางหน่วย จงหาความยาว BC ทุกค่าที่เป็นไปได้ พร้อมแสดงเหตุผล



วิธีทำ

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดอ้างอิง 04 | ฉบับ 1.3

ข้อ คำตอบ

- 1 23 หน่วย
 - 2 18
 - 3 22 หน่วย
 - 4 16 คะแนน
 - 5 $\frac{3}{500}$
 - 6 3 จำนวน และจำนวนที่มากที่สุดคือ 23568
 - 7 $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ และ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$
 - 8 $BT = 8$ หน่วย และ $AT = 12$ หน่วย
 - 9 $\frac{324}{23}$ หน่วย
 - 10 $4\sqrt{2}$ หน่วย และ $2\sqrt{17}$ หน่วย
-

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียน และโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

วิธีทำข้อ 1

เหรียญสามชนิดและเงื่อนไขจำนวนเต็ม

ให้ S เป็นผลรวมมูลค่าของเหรียญชนิดละหนึ่งเหรียญ เนื่องจากก้องมีเหรียญครบสามชนิดและมีทั้งหมด 4 เหรียญ เหรียญที่ซ้ำจึงมีมูลค่า $40 - S$ หน่วย

เหรียญอีกสองชนิดมีมูลค่าเป็นจำนวนเต็มบวกต่างกัน ผลรวมจึงไม่น้อยกว่า $1 + 2 = 3$ หน่วย ทำให้

$$S - (40 - S) \geq 3 \implies S \geq 22$$

แม้จะมีเหรียญครบสามชนิดและมีทั้งหมด 5 เหรียญ จึงมีเหรียญส่วนที่เกินจากชนิดละหนึ่งเหรียญอีก 2 เหรียญ รวมมูลค่า $25 - S$ หน่วย แต่ละเหรียญมีมูลค่าอย่างน้อย 1 หน่วย จึงได้ $S \leq 23$

ดังนั้นพิจารณาเพียงสองกรณี

- ถ้า $S = 22$ เหรียญที่ซ้ำของก้องมีมูลค่า 18 หน่วย อีกสองชนิดรวม 4 หน่วยและมีมูลค่าต่างกัน จึงต้องเป็น 1, 3 หน่วย แต่ไม่สามารถใช้เหรียญจากชนิด 1, 3, 18 สองเหรียญให้รวม $25 - 22 = 3$ หน่วยได้
- ถ้า $S = 23$ เหรียญที่ซ้ำของก้องมีมูลค่า 17 หน่วย เหรียญส่วนเกินสองเหรียญของแก้วรวม $25 - 23 = 2$ หน่วย จึงต้องเป็นเหรียญมูลค่า 1 หน่วยทั้งคู่ อีกชนิดจึงมีมูลค่า $23 - 17 - 1 = 5$ หน่วย

เหรียญทั้งสามชนิดจึงมีมูลค่า 1, 5, 17 หน่วย และผลรวมเท่ากับ 23 หน่วย

ตอบ 23 หน่วย

วิธีทำข้อ 2

กำลังสองสมบูรณ์และเศษจากการหาร

แยกตัวประกอบได้ $18 = 2 \times 3^2$ จำนวน $18n$ จะเป็นกำลังสองของจำนวนเต็มได้เมื่อเลขชี้กำลังของตัวประกอบเฉพาะทุกตัวเป็นจำนวนคู่ จึงต้องมี

$$n = 2t^2$$

โดย t เป็นจำนวนเต็มบวก จาก $n < 90$ ได้ $t^2 < 45$ ดังนั้น $t = 1, 2, \dots, 6$ ตรวจสอบเศษจากการหารด้วย 5 ได้ดังตาราง

t	$n = 2t^2$	เศษเมื่อหารด้วย 5
1	2	2
2	8	3
3	18	3
4	32	2
5	50	0
6	72	2

ค่าที่ตรงเงื่อนไขคือ 8 และ 18 ค่ามากที่สุดจึงเป็น 18

ตอบ 18

วิธีทำข้อ 3

พื้นที่และความยาวรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ให้ $OP = x$ และ $OQ = y$ เป็นความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ในหน่วยที่โจทย์กำหนด จากพื้นที่ได้ $xy = 24$

รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก APR คล้ายกับ AOB จึงมี

$$\frac{PR}{OB} = \frac{AP}{AO} \implies \frac{y}{9} = \frac{12-x}{12}$$

ดังนั้น $y = 9 - \frac{3}{4}x$ แทนในสมการพื้นที่ ได้

$$x \left(9 - \frac{3}{4}x \right) = 24$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x-4)(x-8) = 0$$

มีขนาดที่เป็นไปได้สองกรณี

x	y	ความยาวรอบรูป $2(x+y)$
4	6	20
8	3	22

ทั้งสองกรณีมีพื้นที่ 24 ตารางหน่วยและอยู่ภายในรูปสามเหลี่ยม ความยาวรอบรูปที่มากที่สุดจึงเป็น 22 หน่วย

ตอบ 22 หน่วย

วิธีทำข้อ 4

ค่าเฉลี่ยเมื่อย้ายสมาชิกระหว่างกลุ่ม

ให้กลุ่ม A, B มีสมาชิกเดิม a, b คน ตามลำดับ และให้ x เป็นคะแนนของสมาชิกที่ย้ายกลุ่ม จากค่าเฉลี่ยรวมก่อนย้ายได้

$$8a + 26b = \frac{31}{2}(a + b)$$

$$16a + 52b = 31a + 31b$$

$$21b = 15a \implies b = \frac{5}{7}a$$

ผลรวมคะแนนของกลุ่ม A หลังย้ายเท่ากับผลรวมเดิมบวกคะแนนของสมาชิกใหม่ จึงมี

$$8a + x = 9(a + 1) \implies x = a + 9$$

ส่วนกลุ่ม B มีผลรวมคะแนนลดลง x และเหลือสมาชิก $b - 1$ คน จึงได้

$$26b - x = \frac{57}{2}(b - 1) \implies x = \frac{57 - 5b}{2}$$

เทียบค่าของ x แล้วแทน $b = \frac{5}{7}a$ จะได้

$$2a + 5b = 39 \implies 2a + \frac{25}{7}a = 39$$

ดังนั้น $a = 7, b = 5$ และคะแนนของสมาชิกที่ย้ายคือ $x = 7 + 9 = 16$ คะแนน

ตอบ 16 คะแนน

วิธีทำข้อ 5

ความน่าจะเป็นของรหัสสามหลัก

ให้ m เป็นเลขโดดตรงกลาง รหัสที่มีเลขโดดเรียงติดกันทีละ 1 จะอยู่ในรูป

$$(m-1), m, (m+1) \quad \text{หรือ} \quad (m+1), m, (m-1)$$

โดย m เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 8 ทั้งสองรูปมีผลรวมเลขโดดเท่ากับ $3m$

ถ้า $3m$ หารด้วย 12 ลงตัว ต้องมี m หารด้วย 4 ลงตัว จึงได้ $m = 4, 8$ ส่วนเงื่อนไขที่ $3m$ หารด้วย 21 ลงตัว ให้ $m = 7$

m	ผลรวมเลขโดด	รหัสที่เป็นไปได้
4	12	345, 543
7	21	678, 876
8	24	789, 987

มีรหัสที่ตรงเงื่อนไขทั้งหมด 6 รหัส จากรหัสที่มีโอกาสเท่ากัน 1000 รหัส ความน่าจะเป็นจึงเท่ากับ

$$\frac{6}{1000} = \frac{3}{500}$$

ตอบ $\frac{3}{500}$

วิธีทำข้อ 6

จำนวนหลักและการหารลงตัว

การหารด้วย 12 ลงตัวต้องผ่านทั้งเงื่อนไขหารด้วย 3 และ 4 ลงตัว กล่าวคือ ผลรวมเลขโดดหารด้วย 3 ลงตัว และจำนวนที่เกิดจากสองหลักท้ายหารด้วย 4 ลงตัว

เลขโดดเรียงเพิ่มและต้องมี 8 อยู่ด้วย หลักหน่วยจึงเป็น 8 หรือ 9 แต่หลักหน่วยของจำนวนที่หารด้วย 4 ลงตัวต้องเป็นจำนวนคู่ จึงเหลือหลักหน่วย 8 เท่านั้น

สองหลักท้ายที่เลขโดดเรียงเพิ่มและหารด้วย 4 ลงตัวจึงเป็น 28, 48, 68 กรณีลงท้าย 28 ใช้ไม่ได้ เนื่องจากไม่มีเลขโดดบวกที่น้อยกว่า 2 ครบสามตัวเพื่อเติมสามหลักหน้า กรณีที่เหลือเป็นดังตาราง

สองหลักท้าย	สามหลักหน้าที่มีเลขโดด 2	จำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว
48	123	12348
68	123, 124, 125, 234, 235, 245	12468, 23568

จึงมีจำนวนที่ตรงเงื่อนไขทั้งหมด 3 จำนวน ได้แก่ 12348, 12468, 23568 และจำนวนที่มากที่สุดคือ 23568

ตอบ 3 จำนวน และจำนวนที่มากที่สุดคือ 23568

วิธีทำข้อ 7

สมการกำลังสี่แบบสมมาตร

เนื่องจาก $x = 0$ ไม่ใช่คำตอบ จึงหารสมการด้วย x^2 ได้

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$$

ให้ $t = x + \frac{1}{x}$ จากการยกกำลังสองได้ $x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$ แทนลงในสมการ จะได้

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \implies (t - 1)(t - 3) = 0$$

พิจารณาแต่ละค่าของ t

- $t = 1$ ให้ $x + \frac{1}{x} = 1$ หรือ $x^2 - x + 1 = 0$ ซึ่งมีตัวจำแนก $1 - 4 = -3$ จึงไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง
- $t = 3$ ให้ $x + \frac{1}{x} = 3$ หรือ $x^2 - 3x + 1 = 0$ จึงได้ $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ หรือ $x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

ทั้งสองค่าไม่เป็นศูนย์และแทนกลับในสมการเดิมได้ การแปลงสมการทุกชั้นสมมูลกันเมื่อ $x \neq 0$ จึงเป็นคำตอบที่เป็นจำนวนจริงทั้งหมด

ตอบ $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ และ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

วิธีทำข้อ 8

เส้นสัมผัสวงกลมและความคล้าย

จากทฤษฎีบทมุมระหว่างเส้นสัมผัสกับคอร์ด ได้ $\angle BAT = \angle ACB$ และเนื่องจาก T, B, C อยู่บนเส้นตรงเดียวกันโดย B อยู่ระหว่าง T กับ C จึงมี $\angle ACB = \angle ACT$

นอกจากนี้ $\angle BTA = \angle ATC$ จึงได้ $\triangle ABT \sim \triangle CAT$ โดยเกณฑ์มุม มุม มีอัตราส่วนด้านคู่ที่สมนัยกัน

$$\frac{AB}{CA} = \frac{BT}{AT} = \frac{AT}{CT} = \frac{2}{3}$$

คูณอัตราส่วนสองคู่หลัง ได้

$$\frac{BT}{CT} = \frac{BT}{AT} \times \frac{AT}{CT} = \frac{4}{9}$$

ให้ $BT = t$ หน่วย เนื่องจาก $BC = 10$ หน่วย จะมี $CT = t + 10$ หน่วย ดังนั้น

$$\frac{t}{t + 10} = \frac{4}{9}$$

$$9t = 4t + 40$$

$$t = 8$$

จึงได้ $BT = 8$ และ $CT = 18$ หน่วย จากสัดส่วนเดิม $AT^2 = BT \cdot CT = 144$ เลือกความยาวที่เป็นบวกได้ $AT = 12$ หน่วย

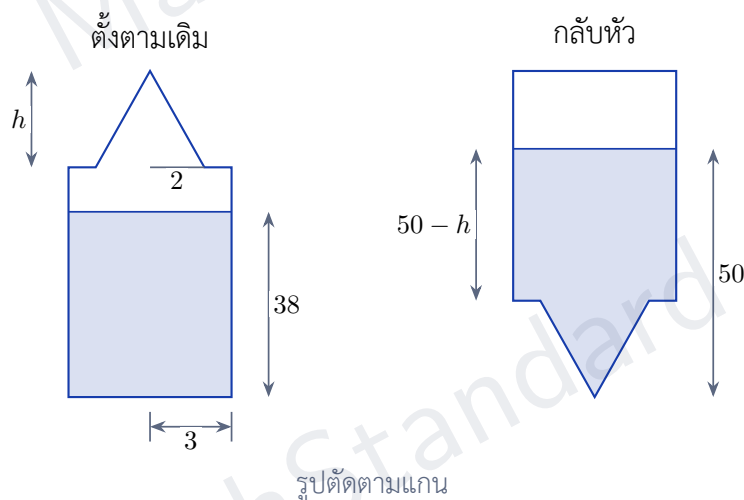
ตอบ $BT = 8$ หน่วย และ $AT = 12$ หน่วย

วิธีทำข้อ 9

ปริมาตรภาชนะเมื่อกลับหัว

ก่อนกลับหัว น้ำอยู่ในทรงกระบอกรัศมี 3 หน่วย และสูง 38 หน่วย จึงมีปริมาตรน้ำเท่ากับ $\pi(3)^2(38) = 342\pi$ ลูกบาศก์หน่วย

หลังกลับหัว น้ำเต็มกรวยสูง h หน่วย ส่วนความสูงของน้ำในทรงกระบอกเท่ากับ $50 - h$ หน่วย เนื่องจากระดับน้ำ 50 หน่วยวัดจากยอดกรวยที่อยู่ล่างสุด



เมื่อไม่มีน้ำรั่ว ปริมาตรน้ำก่อนและหลังกลับหัวเท่ากัน จึงได้

$$\begin{aligned} 342\pi &= \frac{1}{3}\pi(2)^2h + \pi(3)^2(50 - h) \\ 342 &= \frac{4}{3}h + 450 - 9h \\ \frac{23}{3}h &= 108 \\ h &= \frac{324}{23} \end{aligned}$$

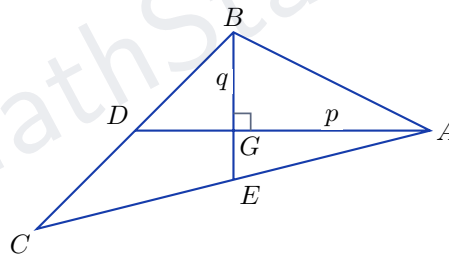
ค่านี้เป็นบวกและน้อยกว่า 50 จึงสอดคล้องกับเงื่อนไขที่น้ำเต็มส่วนกรวยและอยู่ในส่วนทรงกระบอกด้วย

ตอบ $\frac{324}{23}$ หน่วย

วิธีทำข้อ 10

เส้นมัธยฐานตั้งฉากและความยาวด้าน

ให้ $GA = p$ และ $GB = q$ หน่วย โดย $p, q > 0$ จุด G เป็นจุดศูนย์กลาง จึงแบ่งเส้นมัธยฐานในอัตราส่วน $2 : 1$ ทำให้ $GD = \frac{p}{2}$ และ $GE = \frac{q}{2}$



รูปสามเหลี่ยม ABG มีพื้นที่หนึ่งในสามของรูปสามเหลี่ยม ABC จึงมีพื้นที่ 4 ตารางหน่วย และเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ G ดังนั้น

$$\frac{1}{2}pq = 4 \implies pq = 8$$

จากทฤษฎีบทพีทาโกรัสในรูปสามเหลี่ยม ABG ได้ $p^2 + q^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$ จึงมี $(p+q)^2 = 20 + 2(8) = 36$ และ $p + q = 6$

จำนวน p, q จึงเป็นรากของ $z^2 - 6z + 8 = 0$ หรือ $(z - 2)(z - 4) = 0$ ทำให้ $(p, q) = (2, 4)$ หรือ $(4, 2)$ ในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก BGD มี $BD^2 = q^2 + \frac{p^2}{4}$ และ $BC = 2BD$ ดังนั้น $BC^2 = 4q^2 + p^2$ ให้สองกรณีคือ

p	q	BC^2	BC
2	4	68	$2\sqrt{17}$
4	2	32	$4\sqrt{2}$

ทั้งสองกรณีสร้างรูปสามเหลี่ยมที่มีความยาวและพื้นที่ตามเงื่อนไขได้ จึงได้ความยาว BC ครบทั้งสองค่า

ตอบ $4\sqrt{2}$ หน่วย และ $2\sqrt{17}$ หน่วย