MathStandard

แนวข้อสอบ A-Level

ฉบับเรียบเรียงใหม่

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ปี 2569

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

www.mathstandard.com

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา | ฉบับ 1.1

เอกสารแนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ปี 2569 ฉบับเรียบเรียงใหม่ จัดทำขึ้นเพื่อทบทวนความรู้และฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีคิดสำหรับศึกษาทบทวนด้วยตนเอง

ข้อสอบในเอกสารนี้ใช้การเขียนคำตอบเป็นหลัก โดยมีข้อเลือกตอบหนึ่งข้อ รูปแบบจึงแตกต่างจากการสอบจริงซึ่งประกอบด้วยข้อเลือกตอบและข้อระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข การฝึกเขียนคำตอบมุ่งให้ผู้เรียนวิเคราะห์และคำนวณโดยไม่อาศัยตัวเลือกในข้อที่เหมาะสม

1. ข้อสอบมี 30 ข้อ ให้เขียนคำตอบในบรรทัดที่กำหนดและใช้พื้นที่ว่างแสดงการคำนวณ ข้อ 3 ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว
2. คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วน กรณฑ์ หรือนิพจน์ที่แน่นอนในรูปอย่างง่าย ไม่ปัดเป็นทศนิยม เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น
3. ข้อที่ถามหลายรายการให้ระบุคำตอบตามลำดับหรือกำกับชื่อให้ชัด พร้อมหน่วยเมื่อจำเป็น
4. มุมของฟังก์ชันตรีโกณมิติใช้หน่วยเรเดียน เว้นแต่ระบุสัญลักษณ์องศาไว้
5. รูปประกอบแสดงความสัมพันธ์ตามโจทย์ กราฟพิกัดให้อ่านค่าจากจุดและเส้นกำกับที่ระบุ ไม่ใช้การวัดความยาวจากภาพแทนข้อมูล
6. ข้อ 1–25 ข้อละ 3 คะแนน และข้อ 26–30 ข้อละ 5 คะแนน รวม 100 คะแนน ข้อที่ถามหลายรายการแบ่งคะแนนเท่ากันตามจำนวนรายการ เกณฑ์นี้ใช้ประเมินตนเองในเอกสารฉบับนี้
7. ทำข้อสอบให้ครบก่อนตรวจคำตอบ แล้วศึกษาวิธีคิดท้ายเล่มเพื่อทบทวนเหตุผลและขั้นตอน การทำฉบับเขียนตอบไม่กำหนดเวลาตายตัว และไม่ใช้คะแนนนี้เทียบคะแนนสอบจริงโดยตรง

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เอกสารประกอบการเตรียมสอบจัดทำโดย MathStandard มิใช่ข้อสอบทางการของหน่วยงานจัดสอบ

สารบัญ

คำชี้แจง 1

ข้อสอบ 3

เฉลยคำตอบ 19

เฉลยวิธีคิด 21

หัวข้อสำหรับทบทวน 32

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 1 นักวิ่งคนหนึ่งใช้เวลาฝึกวิ่งตามปกติ 144 นาที ด้วยอัตราคงที่ x นาทีต่อกิโลเมตร ในวันที่อากาศร้อนใช้เวลา $x+2$ นาทีต่อกิโลเมตร ทำให้ในเวลา 144 นาที วิ่งได้ระยะทางลดลง $\frac{18}{5}$ กิโลเมตร หากต้องการวิ่งให้ได้ระยะทางเท่ากับวันปกติด้วยอัตราในวันที่อากาศร้อน จะต้องใช้เวลาเพิ่มจาก 144 นาทีอีกกี่นาที

ตอบ _____

ข้อ 2 ผู้เข้าร่วมกิจกรรมจำนวน 51 คน สามารถเลือกเข้าร่วมกิจกรรมคณิตศาสตร์ หมากกระดาน และกรีฑาได้มากกว่าหนึ่งกิจกรรม โดยมีข้อมูลดังนี้

- เข้าร่วมคณิตศาสตร์ 25 คน หมากกระดาน 20 คน และกรีฑา 26 คน
- เข้าร่วมหมากกระดานแต่ไม่เข้าร่วมคณิตศาสตร์ 10 คน
- เข้าร่วมกรีฑาแต่ไม่เข้าร่วมคณิตศาสตร์ 15 คน
- เข้าร่วมหมากกระดานแต่ไม่เข้าร่วมกรีฑา 1 คน
- ไม่เข้าร่วมทั้งสามกิจกรรม 10 คน

จงหาจำนวนผู้ที่เข้าร่วมครบทั้งสามกิจกรรม

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 3 ให้ p, q, r เป็นประพจน์ และกำหนดเหตุทั้งสามข้อต่อไปนี้

$$\neg p \vee \neg q$$

$$\neg r \Rightarrow (q \vee \neg p)$$

$$\neg p \Rightarrow (q \vee \neg r)$$

หากใช้ประพจน์ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุป จะทำให้การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผล

1) $(\neg p \vee \neg r) \Rightarrow \neg q$
2) $q \Rightarrow \neg p$
3) $r \Rightarrow (\neg p \Rightarrow q)$
4) $\neg r \Rightarrow \neg p$
5) $(q \vee \neg r) \Rightarrow \neg p$

ตอบ _____

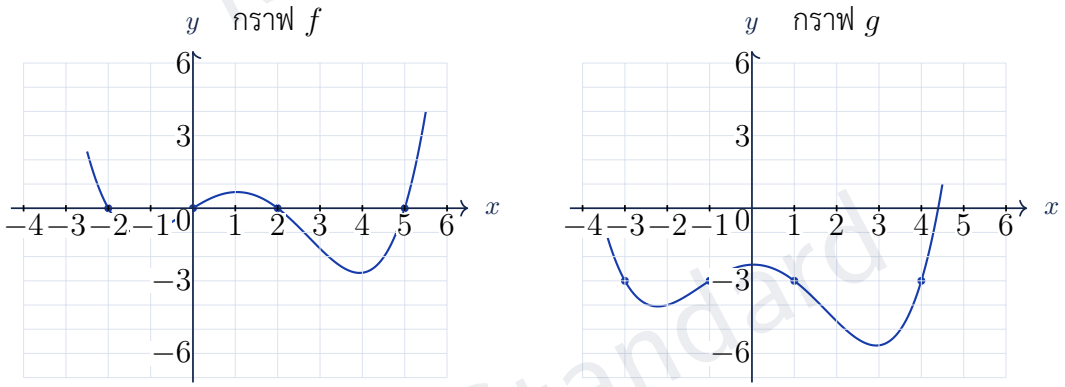
MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 4 กำหนดฟังก์ชัน $f(x)=\sqrt{4x^2+8x+5}$ จงหาโดเมนและเรนจ์ของ f

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 5 กราฟของฟังก์ชัน f และ g มีรูปร่างเดียวกันดังรูป จุดที่ทำเครื่องหมายเป็นจุดที่สอดคล้องกันของกราฟทั้งสอง



ถ้า $g(x)=f(x+a)+b$ จงหา $a+5b$

ตอบ _____

ข้อ 6 ร้านจำหน่ายต้นกล้าขายต้นกล้าราคาต้นละ 12 บาท ได้วันละ 150 ต้น เมื่อเพิ่มราคาขึ้นทุก ๆ 1 บาท จำนวนที่ขายได้ต่อวันจะลดลง 7 ต้น ตามแบบจำลองเชิงเส้น ให้ $f(x)$ เป็นรายได้ต่อวันเมื่อขายต้นละ x บาท โดย $x \geq 12$ และจำนวนที่ขายได้ไม่ติดลบ จงเขียน $f(x)$ ในรูปพหุนาม

ตอบ _____

ข้อ 7 ให้ S เป็นเซตคำตอบที่เป็นจำนวนจริงทั้งหมดของสมการ

$$\frac{5^{x^2}}{73} = \frac{73}{11^x}$$

จงหาผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S

ตอบ _____

ข้อ 8 จงหาเซตคำตอบของอสมการ

$$\log_x\left(3x-\frac{5}{4}\right)>2 \qquad \text{เมื่อ } 0<x<1$$

ตอบ _____

ข้อ 9 จงหาค่าของ

$$6\sin\frac{5\pi}{6}+2\cos\frac{7\pi}{9}+2\sin\frac{13\pi}{18}-\sin\frac{\pi}{6}$$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 10 สามเหลี่ยม ABC มีมุม $A : B : C = 2 : 3 : 7$ ให้ a, b, c เป็นความยาวด้านตรงข้ามมุม A, B, C ตามลำดับ จงหาอัตราส่วน $a : b : c$

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 11 กำหนด

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด 3×3 ที่ทำให้ $AB = 6I_3$ เมื่อ I_3 เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 3×3 จงหา $\det B$

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 12 กำหนดเซตของจำนวนเชิงซ้อน $z = x + yi$ ซึ่งสอดคล้องกับ

$$\mathrm{Re}(z) < -2, \qquad |z - (-3 - 2i)| < 4$$

จงเขียนอสมการในตัวแปร x, y ที่แทนเซตนี้ และบรรยายบริเวณบนระนาบเชิงซ้อน พร้อมระบุว่ารวมเส้นขอบหรือไม่

ตอบ _____

ข้อ 13 ให้ $z = \cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}$ จงระบุว่าข้อความแต่ละข้อต่อไปนี้จริงหรือเท็จ

(ก) $z\bar{z} = 1$

(ข) $z + \frac{1}{z}$ เป็นจำนวนจริง

(ค) z เป็นรากที่ 22 ของ 1

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 14 จงหาผลบวกของอนุกรม

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{8}\right)^{n} \sin\left(-\frac{\pi n}{2}\right)$$

ตอบ _____

ข้อ 15 วงกลมวงหนึ่งสัมผัสเส้นตรง $5x = 12y$ และแกน y จุดศูนย์กลางอยู่ในจตุภาคที่หนึ่งและอยู่บนเส้นตรง $x + y = 39$ จงหารัศมีของวงกลม

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 16 จงระบุชนิดของกราฟสมการ

$$x^2+y^2+8y=0$$

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 17 ไฮเพอร์โบลา

$$\frac{y^2}{36}-\frac{(x+1)^2}{9}=1$$

มีโฟกัส F_1, F_2 ถ้า $A=(6,-6)$ จงหาพื้นที่สามเหลี่ยม AF_1F_2

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 18 ให้ $\vec{u}, \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์ในระบบพิกัดฉากสามมิติที่ไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์และตั้งฉากกัน จงระบุว่าข้อความแต่ละข้อต่อไปนี้จริงหรือเท็จ

(ก) $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|$

(ข) $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{v} \times \vec{u}$

(ค) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$

ตอบ _____

ข้อ 19 การแข่งขันกีฬาประเภททีมรายการหนึ่งมี 9 ทีม แต่ละทีมพบกับทุกทีมที่เหลือทีมละหนึ่งนัด โดยแต่ละนัดมีผู้ชนะหนึ่งทีมและไม่มีผลเสมอ จงหาจำนวนรูปแบบผลการแข่งขันทั้งหมดที่มีทีมหนึ่งชนะทุกนัด

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 20 กล่องใบหนึ่งบรรจุบัตรหมายเลข 1 ถึง 16 หมายเลขละหนึ่งใบ สุ่มหยิบบัตรสองครั้งโดยใส่คืนและผสมบัตรก่อนหยิบครั้งถัดไป จงหาความน่าจะเป็นที่ผลคูณของหมายเลขทั้งสองเป็นจำนวนเฉพาะ

ตอบ _____

ข้อ 21 การทดลองหนึ่งรอบประกอบด้วยการโยนเหรียญเที่ยงตรง 5 ครั้ง ทำการทดลองทั้งหมด 15 รอบ โดยการโยนแต่ละครั้งและการทดลองแต่ละรอบเป็นอิสระกัน ให้ X เป็นจำนวนรอบที่ออกหัวอย่างน้อย 2 ครั้ง ถ้า X มีการแจกแจงทวินาม $B(n,p)$ จงหา n และ p

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 22 อายุการใช้งาน X ของอุปกรณ์ชนิดหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 6 ปี และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\frac{5}{4}$ ปี จงหาความน่าจะเป็นที่อุปกรณ์มีอายุการใช้งานมากกว่า $\frac{17}{2}$ ปี โดยตอบเป็นทศนิยมสี่ตำแหน่งและใช้ตารางต่อไปนี้ เมื่อ $Z \sim N(0,1)$

z	-1.5	-1	-0.5	0.5	1	1.5	2
$P(Z \leq z)$	0.0668	0.1587	0.3085	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772

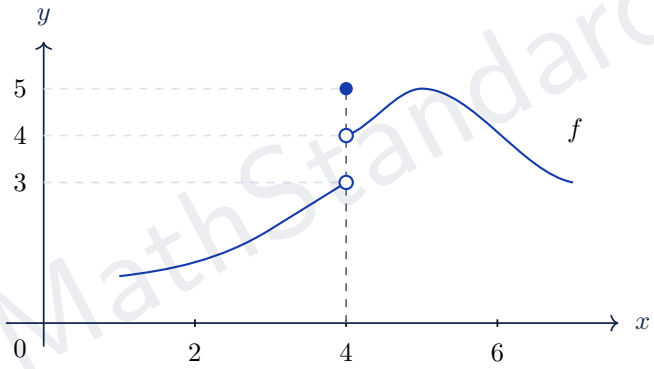
ตอบ _____

ข้อ 23 ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $6, 7, 9, 13, 15$ เมื่อตัดข้อมูลออกหนึ่งจำนวน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่เหลือเท่ากับ 11 จงหาจำนวนที่ถูกตัดออก

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 24 กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังรูป วงกลมโปร่งแทนจุดที่ไม่รวมในกราฟ และจุดทึบแทนค่าของฟังก์ชัน



จงหา $\lim_{x\to 4^-} f(x)$, $\lim_{x\to 4^+} f(x)$ และ $f(4)$ พร้อมระบุว่า $\lim_{x\to 4} f(x)$ มีหรือไม่

ตอบ _____

ข้อ 25 โครงการหนึ่งมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าใช้จ่ายสะสมเท่ากับ $f(x) = 14x + 4$ พันบาทต่อวัน เมื่อ x เป็นเวลาที่ผ่านไปนับจากเริ่มงาน หน่วยเป็นวัน หากโครงการดำเนินต่อเนื่องเกิน 12 วัน จงหาค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นตั้งแต่ทำงานครบ 5 วันจนถึงทำงานครบ 12 วัน โดยตอบเป็นบาท

ตอบ _____

ข้อ 26 เวกเตอร์ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ มีขนาดเท่ากับ 15 หน่วย โดย $\vec{u}$ ทำมุม 135° กับ $\vec{v}$ และ $|\vec{v}-\vec{w}| = 3\sqrt{10}$ หน่วย พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{u}, \vec{w}$ เป็นด้านประชิดเท่ากับ $\frac{225\sqrt{2}}{2}$ ตารางหน่วย และมุมระหว่าง $\vec{u}, \vec{w}$ เป็นมุมป้าน จงหา

$$(\vec{v}-\vec{u})\cdot(\vec{v}-\vec{w})$$

ตอบ _____

ข้อ 27 กำหนดลำดับเลขคณิตสองลำดับ

$$53, 58, 63, \ldots \qquad \text{และ} \qquad 35, 44, 53, \ldots$$

ให้ $x_1, x_2, \ldots, x_7$ เป็น พจน์ ร่วม เจ็ด พจน์ แรก ของ ทั้ง สอง ลำดับ เรียง จาก น้อย ไป มาก จงหา $x_1 + x_2 + \cdots + x_7$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 28 ชมรมแห่งหนึ่งมีสมาชิกจากสามกลุ่ม กลุ่มที่หนึ่ง 2 คน กลุ่มที่สอง 2 คน และกลุ่มที่สาม 5 คน ต้องเลือกประธาน 1 คน เลขานุการ 1 คน และกรรมการทั่วไป 3 คน โดยทุกตำแหน่งเป็นคนต่างกัน ประธานกับเลขานุการต้องมาจากต่างกลุ่ม และคณะกรรมการต้องมีสมาชิกครบทั้งสามกลุ่ม จงหาจำนวนวิธีเลือก โดยกรรมการทั่วไปทั้งสามคนไม่แยกหน้าที่

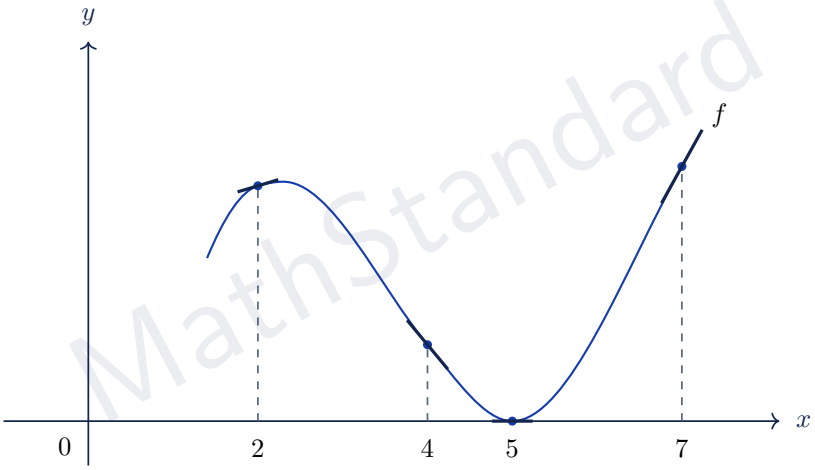
ตอบ _____

ข้อ 29 ข้อมูลห้าจำนวนเรียงจากน้อยไปมากเป็น $2, x, y, z, 20$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14 และมีฐานนิยมเพียงค่าเดียวคือ 16 จงหาความแปรปรวนของประชากรของข้อมูลชุดนี้

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 30 กราฟของฟังก์ชัน f และเส้นสัมผัสที่ตำแหน่ง $x = 2, 4, 5, 7$ แสดงดังรูป



จงเรียงค่า $2, 4, 5, 7$ จากน้อยไปมากตามค่าของอนุพันธ์ $f'(x)$ ที่ตำแหน่งเหล่านั้น

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard

เฉลยคำตอบ

ข้อ	คำตอบ
1	36 นาที
2	10 คน
3	ตัวเลือก 1 คือ $(\neg p \vee \neg r) \Rightarrow \neg q$
4	$D_f = \mathbb{R}, \quad R_f = [1, \infty)$
5	-14
6	$f(x) = -7x^2 + 234x$
7	$-\log_5 11$
8	$\left(\frac{5}{12}, \frac{1}{2}\right)$
9	$\frac{5}{2}$
10	$1 : \sqrt{2} : \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$
11	2
12	$x < -2,\ (x+3)^2 + (y+2)^2 < 16$
13	(ก) จริง (ข) จริง (ค) เท็จ
14	$-\frac{16}{65}$
15	$\frac{78}{5}$ หน่วย

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยคำตอบ (ต่อ)

ข้อ	คำตอบ
16	วงกลม
17	$21\sqrt{5}$ ตารางหน่วย
18	(ก) จริง (ข) เท็จ (ค) เท็จ
19	$9 \cdot 2^{28}$ รูปแบบ
20	$\frac{3}{64}$
21	$n = 15, \quad p = \frac{13}{16}$
22	0.0228
23	6
24	$3, 4, 5$ ตามลำดับ และไม่มีลิมิตสองด้าน
25	$861{,}000$ บาท
26	45
27	$1{,}316$
28	$1{,}280$ วิธี
29	$\frac{192}{5}$
30	$4, 5, 2, 7$ ตามลำดับ

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยวิธีคิด

ข้อ 1 **วิธีคิด** ให้ $x > 0$ เป็นเวลาที่ใช้วิ่งหนึ่งกิโลเมตรในวันปกติ ระยะทางในเวลา 144 นาทีของทั้งสองกรณีจึงต่างกันตามสมการ

$$\frac{144}{x} - \frac{144}{x+2} = \frac{18}{5} \quad \Longrightarrow \quad x(x+2) = 80$$

ได้ $(x-8)(x+10) = 0$ เลือก $x = 8$ เพราะ $x > 0$ ระยะทางปกติเท่ากับ $\frac{144}{8} = 18$ กิโลเมตร อัตราใหม่ใช้เวลาเพิ่มกิโลเมตรละ 2 นาที จึงต้องใช้เวลาเพิ่ม $18 \times 2 = 36$ นาที

ตอบ 36 นาที

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 2 **วิธีคิด** ให้ M, B, A แทนเซตผู้เข้าร่วมคณิตศาสตร์ หมากกระดาน และกรีฑาตามลำดับ จะได้

$$n(M \cap B) = 20 - 10 = 10$$

$$n(M \cap A) = 26 - 15 = 11$$

$$n(B \cap A) = 20 - 1 = 19$$

ผู้เข้าร่วมอย่างน้อยหนึ่งกิจกรรมมี $51 - 10 = 41$ คน ให้ $t = n(M \cap B \cap A)$ จากหลักบวกลบ

$$41 = 25 + 20 + 26 - 10 - 11 - 19 + t$$

จึงได้ $t = 10$

ตอบ 10 คน

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 3 **วิธีคิด** การอ้างเหตุผลไม่สมเหตุสมผลเมื่อมีกรณีที่เหตุทุกข้อเป็นจริง แต่ข้อสรุปเป็นเท็จ ลองกำหนด $p=F, q=T, r=F$ จะได้

เหตุ	ค่าความจริง
$\neg p \vee \neg q$	T
$\neg r \Rightarrow (q \vee \neg p)$	T
$\neg p \Rightarrow (q \vee \neg r)$	T

ส่วนข้อสรุปในตัวเลือก 1 มีค่าความจริงเป็น

$$(\neg p \vee \neg r) \Rightarrow \neg q = (T \vee T) \Rightarrow F = F$$

เมื่อพิจารณาทุกกรณีที่เหตุทั้งสามเป็นจริง ตัวเลือก 2–5 เป็นจริงทั้งหมด จึงมีเพียงตัวเลือก 1 ที่ไม่เป็นผลตามของเหตุ

ตอบ ตัวเลือก 1 คือ $(\neg p \vee \neg r) \Rightarrow \neg q$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 4 **วิธีคิด** จัดนิพจน์ภายในกรณฑ์เป็นกำลังสองสมบูรณ์

$$f(x)=\sqrt{4(x+1)^2+1}$$

เนื่องจาก $4(x+1)^2+1 \geq 1$ สำหรับทุก $x \in \mathbb{R}$ จึงนิยามได้ทุกจำนวนจริง และมีค่าต่ำสุดเท่ากับ 1 เมื่อ $x=-1$ อีกทั้ง $f(x)$ เพิ่มได้โดยไม่มีขอบเขตเมื่อ $|x|$ เพิ่มขึ้น

ตอบ $D_f=\mathbb{R}, \quad R_f=[1,\infty)$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 5 **วิธีคิด** จากจุดที่สอดคล้องกัน เช่น $(0,0)$ บนกราฟ f กับ $(-1,-3)$ บนกราฟ g กราฟจึงเลื่อนไปทางซ้าย 1 หน่วยและลง 3 หน่วย ได้

$$g(x)=f(x+1)-3$$

เมื่อเทียบกับ $g(x)=f(x+a)+b$ จะได้ $a=1, b=-3$ ดังนั้น $a+5b=1+5(-3)=-14$

ตอบ -14

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 6 **วิธีคิด** เมื่อราคาเพิ่มจากเดิม $x-12$ บาท จำนวนที่ขายได้ตามแบบจำลองเท่ากับ

$$150-7(x-12)=234-7x$$

รายได้เท่ากับราคาต่อต้นคูณจำนวนที่ขายได้ จึงได้

$$f(x)=x(234-7x)=-7x^2+234x$$

เงื่อนไขของแบบจำลองคือ $12\le x\le \frac{234}{7}$ เพื่อให้จำนวนที่ขายได้ไม่ติดลบ

ตอบ $f(x)=-7x^2+234x$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 7 **วิธีคิด** คูณทั้งสองข้างด้วย $73\cdot 11^x$ จะได้ $5^{x^2}11^x=73^2$ ลอการิทึมฐาน 5 ทั้งสองข้างให้

$$x^2+(\log_5 11)x-2\log_5 73=0$$

ดิสคริมิแนนต์เท่ากับ $(\log_5 11)^2+8\log_5 73>0$ จึงมีรากจริงต่างกันสองราก จากความสัมพันธ์ระหว่างรากกับสัมประสิทธิ์ ผลบวกของรากเท่ากับ $-\log_5 11$

ตอบ $-\log_5 11$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 8 **วิธีคิด** ลอการิทึมนิยามเมื่อ $3x-\frac{5}{4}>0$ จึงต้องมี $x>\frac{5}{12}$ เนื่องจากฐาน x อยู่ระหว่าง 0 กับ 1 ฟังก์ชันลอการิทึมเป็นฟังก์ชันลด จึงได้

$$\begin{aligned}3x-\frac{5}{4}&<x^2\\ x^2-3x+\frac{5}{4}&>0\\ \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)&>0\end{aligned}$$

คำตอบของอสมการบรรทัดสุดท้ายคือ $x<\frac{1}{2}$ หรือ $x>\frac{5}{2}$ เมื่อนำมาตัดกับ $\frac{5}{12}<x<1$ จึงได้ช่วงที่ต้องการ

ตอบ $\left(\frac{5}{12},\frac{1}{2}\right)$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard

ข้อ 9 **วิธีคิด** มี $\sin\frac{5\pi}{6}=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ และ

$$\cos\frac{7\pi}{9}=-\cos\frac{2\pi}{9},\qquad \sin\frac{13\pi}{18}=\sin\frac{5\pi}{18}=\cos\frac{2\pi}{9}$$

พจน์ที่สองกับพจน์ที่สามจึงหักล้างกัน เหลือ

$$6\left(\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$$

ตอบ $\frac{5}{2}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 10 **วิธีคิด** ผลรวมมุมภายในสามเหลี่ยมเท่ากับ 180° จึงได้

$$A=30^\circ,\qquad B=45^\circ,\qquad C=105^\circ$$

จากกฎของไซน์ $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$ โดย

$$\sin 105^\circ=\sin(60^\circ+45^\circ)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

จึงได้อัตราส่วน $\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{2}}{2}:\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ คูณทุกจำนวนด้วย 2 เพื่อจัดรูป

ตอบ $1:\sqrt{2}:\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 11 **วิธีคิด** หาดีเทอร์มิแนนต์ของ A โดยขยายตามแถวที่สาม

$$\det A=3\begin{vmatrix}1 & 7\\ -5 & 1\end{vmatrix}=3(1+35)=108$$

จาก $AB=6I_3$ และสมบัติดีเทอร์มิแนนต์ของผลคูณ

$$(\det A)(\det B)=\det(6I_3)=6^3=216$$

ดังนั้น $\det B=\frac{216}{108}=2$

ตอบ 2

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

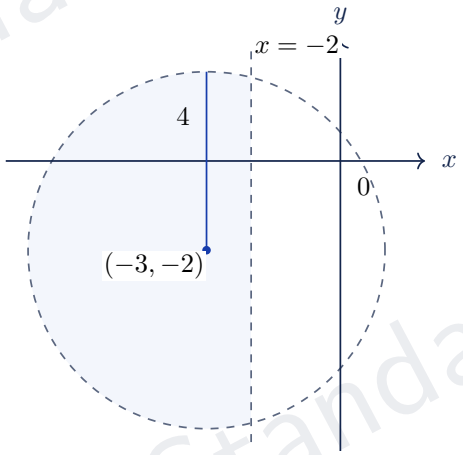
ข้อ 12 **วิธีคิด** เนื่องจาก $\mathrm{Re}(z) = x$ และ

$$|z-(-3-2i)| = \sqrt{(x+3)^2+(y+2)^2}$$

เงื่อนไขจึงเท่ากับ

$$x < -2, \qquad (x+3)^2+(y+2)^2 < 16$$

วงกลมมีศูนย์กลาง $(-3,-2)$ รัศมี 4 ใช้เฉพาะส่วนภายในที่อยู่ทางซ้ายของเส้น $x=-2$ เครื่องหมายทั้งสองเป็นอสมการแบบเข้ม จึงไม่รวมเส้นขอบ



ตอบ $x<-2$ และ $(x+3)^2+(y+2)^2<16$ เป็นส่วนภายในวงกลมศูนย์กลาง $(-3,-2)$ รัศมี 4 ที่อยู่ซ้ายของเส้น $x=-2$ ไม่รวมเส้นขอบ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 13 **วิธีคิด** จาก $|z| = 1$ ได้ $z\bar{z} = |z|^2 = 1$ ข้อความ (ก) จึงจริง อีกทั้ง $\frac{1}{z} = \bar{z}$ ดังนั้น $z+\frac{1}{z} = z+\bar{z} = 2\,\mathrm{Re}(z)$ เป็นจำนวนจริง ข้อความ (ข) จึงจริง
จากทฤษฎีบทเดอมัวฟร์

$$z^{22} = \cos\frac{44\pi}{7} + i\sin\frac{44\pi}{7}$$

มุม $\frac{44\pi}{7}$ ไม่เป็นจำนวนเต็มเท่าของ 2π เพราะ $\frac{22}{7} \notin \mathbb{Z}$ จึงมี $z^{22} \neq 1$ ข้อความ (ค) เป็นเท็จ

ตอบ (ก) จริง (ข) จริง (ค) เท็จ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 14 **วิธีคิด** เมื่อ $n=1,2,3,4,\ldots$ ค่า $\sin(-\frac{\pi n}{2})$ เกิดซ้ำเป็น $-1,0,1,0,\ldots$ อนุกรมจึงเขียนเป็น

$$-\frac{1}{4}+0+\frac{1}{256}+0-\frac{1}{16384}+0+\cdots$$

พจน์ที่ไม่เป็นศูนย์เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มีพจน์แรก $-\frac{1}{4}$ และอัตราส่วนร่วม $-\frac{1}{64}$ ซึ่งมีค่าสัมบูรณ์น้อยกว่า 1 ผลบวกจึงเท่ากับ

$$\frac{-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{64}}=-\frac{16}{65}$$

ตอบ $-\frac{16}{65}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 15 **วิธีคิด** ให้จุดศูนย์กลางเป็น (h,k) และรัศมีเป็น r เนื่องจากอยู่ในจตุภาคที่หนึ่งและสัมผัสแกน y จึงมี $r=h>0$ อีกทั้ง $k=39-h>0$ ระยะจากศูนย์กลางถึงเส้นตรงเท่ากับรัศมี จึงได้

$$\frac{|5h-12k|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=h \quad\Longrightarrow\quad |17h-468|=13h$$

ถ้า $17h-468=13h$ ได้ $h=117$ ทำให้ $k<0$ ไม่ตรงเงื่อนไข อีกกรณี $17h-468=-13h$ ให้ $h=\frac{78}{5}$ และ $k=\frac{117}{5}>0$ จึงได้รัศมีตามต้องการ

ตอบ $\frac{78}{5}$ หน่วย

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 16 **วิธีคิด** จัดกำลังสองสมบูรณ์ในตัวแปร y

$$x^2+(y+4)^2=16$$

เป็นสมการวงกลมศูนย์กลาง $(0,-4)$ รัศมี 4

ตอบ วงกลม

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

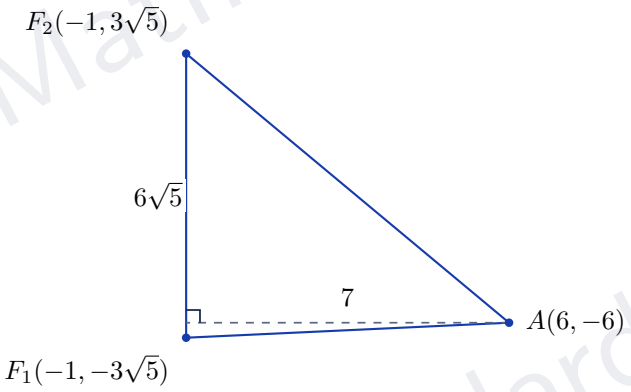
MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 17 **วิธีคิด** จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลาคือ $(-1,0)$ แกนตามขวางขนานแกน y และมี $a^2=36, b^2=9$ ดังนั้น

$$c=\sqrt{a^2+b^2}=3\sqrt{5}, \qquad F_1=(-1,-3\sqrt{5}), \qquad F_2=(-1,3\sqrt{5})$$

ใช้ F_1F_2 เป็นฐาน จะได้ฐานยาว $6\sqrt{5}$ และความสูงจาก A ถึงเส้น $x=-1$ เท่ากับ $|6-(-1)|=7$

$$\text{Area}(\triangle AF_1F_2)=\frac{1}{2}(6\sqrt{5})(7)=21\sqrt{5}$$



ตอบ $21\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 18 **วิธีคิด** มุมระหว่างเวกเตอร์เท่ากับ 90° จึงมี

$$|\vec{u}\times\vec{v}|=|\vec{u}||\vec{v}|\sin 90^\circ=|\vec{u}||\vec{v}|$$

ข้อความ (ก) จริง ส่วนผลคูณเชิงเวกเตอร์มีสมบัติ $\vec{v}\times\vec{u}=-(\vec{u}\times\vec{v})$ และไม่เป็นเวกเตอร์ศูนย์ในข้อนี้ ข้อความ (ข) จึงเท็จ สุดท้าย $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos 90^\circ=0$ ข้อความ (ค) จึงเท็จ

ตอบ (ก) จริง (ข) เท็จ (ค) เท็จ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 19 **วิธีคิด** เลือกทีมที่ชนะทุกนัดได้ 9 วิธี ผลการแข่งขัน 8 นัดที่เกี่ยวข้องกับทีมนี้ถูกกำหนดแล้ว เหลือการแข่งขันระหว่างอีก 8 ทีม จำนวน

$$\binom{8}{2} = 28 \text{ นัด}$$

แต่ละนัดมีผู้ชนะได้ 2 แบบ จึงมี 2^{28} รูปแบบ ทีมที่ชนะทุกนัดมีได้ไม่เกินหนึ่งทีม เพราะสองทีมดังกล่าวต้องพบกันเอง จึงไม่มีการนับซ้ำ คำตอบคือ $9 \cdot 2^{28}$

ตอบ $9 \cdot 2^{28}$ รูปแบบ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 20 **วิธีคิด** การหยิบแต่ละครั้งมี 16 ผลลัพธ์ที่มีโอกาสเท่ากันและเป็นอิสระกัน ผลลัพธ์แบบคู่อันดับทั้งหมดจึงมี $16^2 = 256$ แบบ ผลคูณเป็นจำนวนเฉพาะได้ก็ต่อเมื่อจำนวนหนึ่งเป็น 1 และอีกจำนวนเป็นจำนวนเฉพาะ
จำนวนเฉพาะตั้งแต่ 1 ถึง 16 คือ $2, 3, 5, 7, 11, 13$ มี 6 จำนวน จึงได้คู่ที่ต้องการ $2 \times 6 = 12$ แบบ ความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{12}{256} = \frac{3}{64}$

ตอบ $\frac{3}{64}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 21 **วิธีคิด** ให้ Y เป็นจำนวนครั้งที่ออกหัวในการทดลองหนึ่งรอบ จะได้ $Y \sim B(5, \frac{1}{2})$ ความน่าจะเป็นที่รอบหนึ่งออกหัวอย่างน้อย 2 ครั้งคือ

$$p = P(Y \geq 2) = 1 - \left[\binom{5}{0} + \binom{5}{1}\right]\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 - \frac{6}{32} = \frac{13}{16}$$

เมื่อทำ 15 รอบอย่างเป็นอิสระกัน และ X นับจำนวนรอบที่ผ่านเงื่อนไข จึงมี $X \sim B(15, \frac{13}{16})$

ตอบ $n = 15, \quad p = \frac{13}{16}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 22 **วิธีคิด** แปลงเป็นตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐานด้วย $Z=\frac{X-6}{\frac{5}{4}}$ ที่อายุ $\frac{17}{2}$ ปี ได้

$$z=\frac{\frac{17}{2}-6}{\frac{5}{4}}=2$$

จากตาราง $P(Z\leq 2)=0.9772$ ความน่าจะเป็นที่ต้องการจึงเท่ากับ

$$P\left(X>\frac{17}{2}\right)=P(Z>2)=1-0.9772=0.0228$$

ตอบ 0.0228

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 23 **วิธีคิด** ผลรวมข้อมูลทั้ง 5 จำนวนเท่ากับ $6+7+9+13+15=50$ หลังตัดออกหนึ่งจำนวน เหลือข้อมูล 4 จำนวนซึ่งมีผลรวม $4\times 11=44$ ดังนั้นจำนวนที่ถูกตัดออกเท่ากับ $50-44=6$

ตอบ 6

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 24 **วิธีคิด** เมื่อ x เข้าใกล้ 4 จากซ้าย ค่าฟังก์ชันเข้าใกล้ 3 ส่วนเมื่อเข้าใกล้จากขวา ค่าฟังก์ชันเข้าใกล้ 4 ดังนั้น

$$\lim_{x\to 4^-}f(x)=3,\qquad \lim_{x\to 4^+}f(x)=4$$

จุดทึบอยู่ที่ $(4,5)$ จึงมี $f(4)=5$ เนื่องจากลิมิตซ้ายและลิมิตขวาไม่เท่ากัน จึงไม่มี $\lim_{x\to 4}f(x)$

ตอบ ลิมิตซ้าย 3 ลิมิตขวา 4 และ $f(4)=5$ โดยไม่มีลิมิตสองด้านที่ $x=4$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 25 **วิธีคิด** ค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นในช่วงเวลาจาก 5 ถึง 12 วัน เท่ากับปริพันธ์ของอัตราการเปลี่ยนแปลงในช่วงนั้น

$$\begin{aligned}\int_5^{12}(14x+4)\,dx&=\left[7x^2+4x\right]_5^{12}\\&=(1008+48)-(175+20)\\&=861 \text{ พันบาท}\end{aligned}$$

แปลงหน่วยเป็นบาทได้ $861\times 1000=861000$ บาท

ตอบ 861,000 บาท

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 26 **วิธีคิด** ให้ θ เป็นมุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{w}$ จากพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานได้

$$225\sin\theta = \frac{225\sqrt{2}}{2}$$

เมื่อ θ เป็นมุมป้าน จึงมี $\theta = 135^\circ$ ได้ $\vec{u}\cdot\vec{w} = \vec{u}\cdot\vec{v} = -\frac{225\sqrt{2}}{2}$ อีกทั้ง

$$|\vec{v}-\vec{w}|^2 = |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2 - 2\vec{v}\cdot\vec{w}$$

$$90 = 450 - 2\vec{v}\cdot\vec{w}$$

จึงมี $\vec{v}\cdot\vec{w} = 180$ เมื่อกระจายดอตโปรดักต์

$$(\vec{v}-\vec{u})\cdot(\vec{v}-\vec{w}) = 225 - 180 - \vec{u}\cdot\vec{v} + \vec{u}\cdot\vec{w}$$

$$= 45$$

ตอบ 45

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 27 **วิธีคิด** ลำดับแรกเริ่มที่ 53 และลำดับที่สองมี 53 เป็นพจน์หนึ่ง จึงมีพจน์ร่วมพจน์แรกคือ 53 ผลต่างร่วมของสองลำดับเป็น 5 กับ 9 ผลต่างระหว่างพจน์ร่วมที่ติดกันจึงเท่ากับ $\text{lcm}(5,9) = 45$ ได้พจน์ร่วมเป็น

$$53, 98, 143, \ldots$$

ผลบวกเจ็ดพจน์แรกเท่ากับ

$$\frac{7}{2}\left[2(53) + (7-1)45\right] = \frac{7}{2}(376) = 1316$$

ตอบ $1{,}316$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 28 **วิธีคิด** แยกตามกลุ่มของประธานและเลขานุการ หลังเลือกสองตำแหน่งแล้วเหลือสมาชิก 7 คน เลือกกรรมการทั่วไป 3 คนได้ $\binom{7}{3}$ วิธี แต่ต้องตัดกรณีที่ขาดกลุ่มที่ยังไม่มีผู้แทน

ประธาน–เลขานุการ	สองตำแหน่ง	กรรมการทั่วไป	จำนวนวิธี
กลุ่ม $1,2$ หรือ $2,1$	$2(2)(2)=8$	$\binom{7}{3}-\binom{2}{3}=35$	280
กลุ่ม $1,3$ หรือ $3,1$	$2(2)(5)=20$	$\binom{7}{3}-\binom{5}{3}=25$	500
กลุ่ม $2,3$ หรือ $3,2$	$2(2)(5)=20$	$\binom{7}{3}-\binom{5}{3}=25$	500

ในแถวแรกไม่สามารถเลือก 3 คนจาก 2 คนได้ จึงมี $\binom{2}{3}=0$ รวมจำนวนวิธีทั้งหมดเป็น $280+500+500=1280$

ตอบ $1{,}280$ วิธี

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 29 **วิธีคิด** จากค่าเฉลี่ยได้

$$2+x+y+z+20=5(14) \quad\Longrightarrow\quad x+y+z=48$$

ฐานนิยม 16 ต้องปรากฏอย่างน้อยสองครั้งใน x,y,z เพราะปลายข้อมูลเป็น 2 และ 20 ถ้าให้สองจำนวนเป็น 16 จำนวนที่เหลือเท่ากับ $48-32=16$ จึงได้ข้อมูล $2,16,16,16,20$

ความแปรปรวนของประชากรคือ

$$\sigma^2=\frac{(2-14)^2+3(16-14)^2+(20-14)^2}{5}=\frac{144+12+36}{5}=\frac{192}{5}$$

ตอบ $\frac{192}{5}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 30 **วิธีคิด** อนุพันธ์ที่จุดหนึ่งเท่ากับความชันของเส้นสัมผัสกราฟ ณ จุดนั้น จากรูป เส้นสัมผัสที่ $x=4$ มีความชันเป็นลบ ที่ $x=5$ เป็นเส้นแนวนอนจึงมีความชัน 0 ส่วนที่ $x=2$ และ $x=7$ มีความชันเป็นบวก โดยเส้นสัมผัสที่ $x=7$ ชันกว่า จึงได้

$$f'(4)<f'(5)<f'(2)<f'(7)$$

ตอบ $4,5,2,7$ ตามลำดับ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

หัวข้อสำหรับทบทวน

ข้อ	หัวข้อ
1	สมการและอัตราการเคลื่อนที่
2	เซตและหลักบวกลบ
3	ตรรกศาสตร์และการอ้างเหตุผล
4	โดเมนและเรนจ์
5	การเลื่อนกราฟฟังก์ชัน
6	ฟังก์ชันกำลังสองในสถานการณ์
7	สมการเอกซ์โพเนนเชียล
8	อสมการลอการิทึม
9	เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ
10	กฎของไซน์
11	ดีเทอร์มิแนนต์
12	จำนวนเชิงซ้อนและบริเวณบนระนาบ
13	สังยุคและรากของหนึ่ง
14	อนุกรมเรขาคณิตและตรีโกณมิติ
15	วงกลมและเส้นสัมผัส
16	การจำแนกภาคตัดกรวย
17	ไฮเพอร์โบลาและพื้นที่สามเหลี่ยม
18	ผลคูณของเวกเตอร์
19	หลักการนับผลการแข่งขัน
20	ความน่าจะเป็นของผลคูณ
21	การแจกแจงทวินามสองระดับ
22	การแจกแจงปกติ
23	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
24	ลิมิตด้านเดียวจากกราฟ
25	ปริพันธ์ของอัตราการเปลี่ยนแปลง
26	เวกเตอร์และพื้นที่
27	พจน์ร่วมของลำดับเลขคณิต
28	การเลือกคณะกรรมการมีเงื่อนไข
29	ค่าเฉลี่ย ฐานนิยม และความแปรปรวน
30	อนุพันธ์และความชันเส้นสัมผัส

MathStandard
MathStandard
MathStandard