MathStandard

แนวข้อสอบ A-Level

ฉบับเรียบเรียงใหม่

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ปี 2567

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

www.mathstandard.com

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา | ฉบับ 1.0

เอกสารแนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ปี 2567 ฉบับเรียบเรียงใหม่ จัดทำขึ้นเพื่อทบทวนความรู้และฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีคิดสำหรับศึกษาทบทวนด้วยตนเอง

ข้อสอบในเอกสารนี้ใช้การเขียนคำตอบเป็นหลัก โดยมีข้อเลือกตอบหนึ่งข้อ รูปแบบจึงแตกต่างจากการสอบจริงซึ่งประกอบด้วยข้อเลือกตอบและข้อระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข การฝึกเขียนคำตอบมุ่งให้ผู้เรียนวิเคราะห์และคำนวณโดยไม่อาศัยตัวเลือกในข้อที่เหมาะสม

1. ข้อสอบมี 30 ข้อ ให้เขียนคำตอบในบรรทัดที่กำหนดและใช้พื้นที่ว่างแสดงการคำนวณ ข้อ 3 ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว
2. คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วน กรณฑ์ หรือนิพจน์ที่แน่นอนในรูปอย่างง่าย ไม่ปัดเป็นทศนิยม เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น
3. ข้อที่ถามหลายรายการให้ระบุคำตอบตามลำดับหรือกำกับชื่อให้ชัด พร้อมหน่วยเมื่อจำเป็น
4. มุมของฟังก์ชันตรีโกณมิติใช้หน่วยเรเดียน เว้นแต่ระบุสัญลักษณ์องศาไว้
5. รูปประกอบแสดงความสัมพันธ์ตามโจทย์ กราฟพิกัดให้อ่านค่าจากจุดและเส้นกำกับที่ระบุ ไม่ใช้การวัดความยาวจากภาพแทนข้อมูล
6. ข้อ 1–25 ข้อละ 3 คะแนน และข้อ 26–30 ข้อละ 5 คะแนน รวม 100 คะแนน ข้อที่ถามหลายรายการแบ่งคะแนนเท่ากันตามจำนวนรายการ เกณฑ์นี้ใช้ประเมินตนเองในเอกสารฉบับนี้
7. ทำข้อสอบให้ครบก่อนตรวจคำตอบ แล้วศึกษาวิธีคิดท้ายเล่มเพื่อทบทวนเหตุผลและขั้นตอน การทำฉบับเขียนตอบไม่กำหนดเวลาตายตัว และไม่ใช้คะแนนนี้เทียบคะแนนสอบจริงโดยตรง

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เอกสารประกอบการเตรียมสอบจัดทำโดย MathStandard มิใช่ข้อสอบทางการของหน่วยงานจัดสอบ

สารบัญ

คำชี้แจง 1

ข้อสอบ 3

เฉลยคำตอบ 20

เฉลยวิธีคิด 22

หัวข้อสำหรับทบทวน 32

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 1 ให้ A, B, C เป็นเซตจำกัดในเอกภพสัมพัทธ์ โดย $C \subseteq A - B$ ถ้า $n(A \cup B) = 20$, $n(A) = 2n(B \cup C)$ และ $n\big((A \cap B) \cup C\big) = 7$ จงหา $n(B - A)$

ตอบ _____

ข้อ 2 ให้ p, q, r เป็นประพจน์ จงพิจารณาว่าประพจน์แต่ละข้อเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

(ก) $(p \wedge q) \to (\neg q \to r)$

(ข) $(p \vee q) \to (\neg q \to r)$

(ค) $(p \wedge q) \vee (q \wedge \neg r)$

(ง) $\big((p \vee \neg q) \wedge (q \vee r)\big) \wedge (\neg p \vee \neg r)$

(จ) $\big((p \to q) \wedge (\neg q \vee r)\big) \wedge (r \to \neg p)$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 3 ข้อใดเป็นนิเสธของประพจน์ “ถ้านักเรียนทุกคนสอบผ่าน แล้วมีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล”

1. นักเรียนทุกคนสอบผ่าน และไม่มีนักเรียนคนใดได้รับรางวัล
2. นักเรียนทุกคนสอบผ่าน หรือมีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล
3. มีนักเรียนบางคนสอบไม่ผ่าน และมีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล
4. นักเรียนทุกคนสอบผ่าน และมีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล
5. มีนักเรียนบางคนสอบไม่ผ่าน หรือมีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล

ตอบ _____

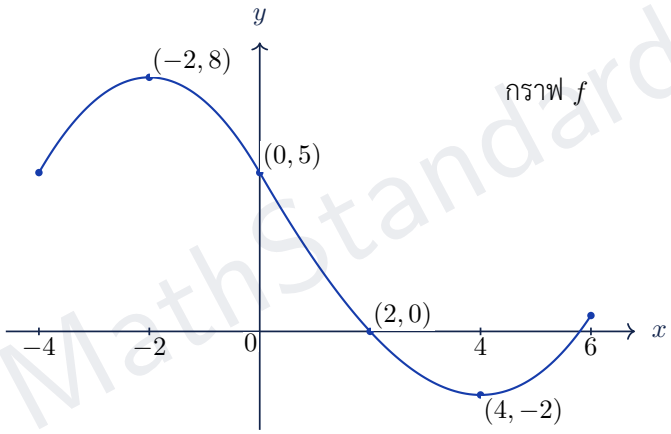
ข้อ 4 จงหาจุดยอดทั้งสองของภาคตัดกรวย

$$x^2+6x-16y^2+25=0$$

โดยเรียงจุดที่มีพิกัด y น้อยกว่าก่อน

ตอบ _____

ข้อ 5 กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f ดังรูป



ให้ $g(x) = f(x-1)$ และ $h(x) = f(x) + 2$ จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อเป็นจริงหรือเท็จ

(ก) g เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง $[1, 5]$

(ข) กราฟ g ตัดแกน x ที่จุด $(1, 0)$

(ค) กราฟ h ตัดแกน y ที่จุด $(0, 7)$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 6 กำหนด $A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & 4\end{bmatrix}$ และ $X=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ ถ้า $AX=B$ จงหา $2a+b+c+d$

ตอบ _____

ข้อ 7 ให้ x,y เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ $4^x=4\cdot 4^y$ และ $4x+2y=-2$ จงหา $5\cdot 4^x+4^{-y}$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 8 จงหาเซตคำตอบของอสมการ

$$\log_{\frac{1}{27}}(4x) < \log_{\frac{1}{243}}(4x)$$

ตอบ _____

ข้อ 9 จงลดรูปนิพจน์ต่อไปนี้ โดยพิจารณาเฉพาะค่า θ ที่นิพจน์เดิมมีนิยาม

$$\frac{\sin 2\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos 2\theta}{\sin\theta}$$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 10 จงหาจำนวนคำตอบที่เป็นจำนวนจริง $x \in [0, 2\pi]$ ของสมการ $\tan(ex) = \tan(e\pi)$ เมื่อ $e \approx 2.718$ และมุมมีหน่วยเป็นเรเดียน

ตอบ _____

ข้อ 11 กำหนด $\vec{u} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$ และ $\vec{w} = \begin{bmatrix} b \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง ถ้ามุมระหว่าง $\vec{u}$ กับ $\vec{v}$ เท่ากับ $\frac{2\pi}{3}$ และ $\vec{u} \perp \vec{w}$ จงหา $a + 3b$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 12 ให้ $z = \sqrt{3}(\cos\theta + i\sin\theta)$ โดย $0 \leq \theta < 2\pi$ และ $|z - i| < 1$ จงหาช่วงค่าของ θ ที่เป็นไปตามเงื่อนไข

ตอบ _____

ข้อ 13 ให้ $z = a + bi$ เมื่อ $a, b \in \mathbb{R}$ และ $a > 0$, $b > 0$ ถ้า $z^6 + 1 = 0$ จงหา $z^4 + z^2 + 1$ โดยเขียนคำตอบในรูปจำนวนเชิงซ้อน

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 14 ให้ a เป็นจำนวนเต็มบวก และ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้า $a, \frac{1}{a}, b$ เป็นรากของสมการ

$$6x^3 - 93x^2 + cx - 78 = 0$$

จงหา $c - a - b$

ตอบ _____

ข้อ 15 ลำดับเลขคณิต (a_n) มี $a_{28}^2 - a_{25}^2 = 96$ จงหา $a_{29}^2 - a_{24}^2$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 16 กำหนด $\sum_{k=1}^{48} \frac{1}{k} = a$ จงหาค่าของ

$$\frac{1}{48 \cdot 2} + \frac{1}{47 \cdot 3} + \frac{1}{46 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 48}$$

ในรูปของ a

ตอบ _____

ข้อ 17 ให้ $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องและหาอนุพันธ์ได้ทุกจุด โดย $g(1) = 2$ และ

$$g(x) = \frac{xf(x) + 2x - f(x) - 2}{x^2 + 3x - 4} \qquad \text{เมื่อ } x \neq 1, -4$$

จงหา $f(1) + f(-4)$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 18 ให้ $g(x) = (f(x))^2$ สำหรับทุกจำนวนจริง x โดย f หาอนุพันธ์ได้ที่ $x = 7$ ถ้า $f(7) = 3$ และ $g'(7) = 1$ จงหาอนุพันธ์ของ $y = f(2x^2 + 4x - 9)$ ที่ $x = 2$

ตอบ _____

ข้อ 19 ให้ f เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสองที่มีค่าต่ำสุด -4 ถ้าเส้นตรง $y = -2x - 3$ สัมผัสกราฟ $y = f(x)$ ที่ $x = 0$ จงหาพื้นที่ระหว่างกราฟ f กับแกน x บนช่วง $0 \leq x \leq 2$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 20 มีโดนัทที่แตกต่างกันทุกชิ้น 6 ชิ้น ต้องการแบ่งให้เด็ก 3 คน คนละ 2 ชิ้น จงหาจำนวนวิธีแบ่งทั้งหมด

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 21 ในสลากจำลองเพื่อศึกษาความน่าจะเป็น สลากแต่ละใบมีรหัส 6 หลัก ใช้เลขโดด 0 ถึง 9 และขึ้นต้นด้วย 0 ได้ กำหนดรหัสรางวัลเลขท้าย 2 หลักไว้หนึ่งรหัส ถ้าสุ่มสลากหนึ่งใบ โดยรหัสทั้ง 6 หลักแต่ละแบบมีโอกาสเท่ากัน จงหาความน่าจะเป็นที่เลขท้ายสองหลักตรงกับรหัสรางวัล

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 22 พิจารณาข้อมูลเชิงปริมาณอย่างน้อย 9 ค่า จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อถูกต้องเสมอหรือไม่ โดยตอบ “จริง” หรือ “เท็จ”

(ก) ควอไทล์ที่ 3 เท่ากับเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 เสมอ

(ข) มัธยฐานน้อยกว่าหรือเท่ากับเปอร์เซ็นไทล์ที่ 60 เสมอ

(ค) มัธยฐานมากกว่าหรือเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตเสมอ

ตอบ _____

ข้อ 23 เด็กกลุ่มหนึ่งมี 5 คน มีอายุ $5, 6, 10, 3, 6$ ปี จงหาความแปรปรวนประชากรของอายุเด็กกลุ่มนี้

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 24 โรงงานบรรจุสบู่กล่องละหนึ่งก้อน แต่ละกล่องมีความน่าจะเป็นร้อยละ 2 ที่จะเป็นกล่องเปล่า โดยความผิดพลาดของแต่ละกล่องเป็นอิสระกัน ถ้าสุ่มมา 10 กล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้กล่องเปล่าน้อยกว่า 2 กล่อง

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 25 กำหนด $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ และ $\overrightarrow{AD} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ จงหาปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ เป็นสัน

ตอบ _____

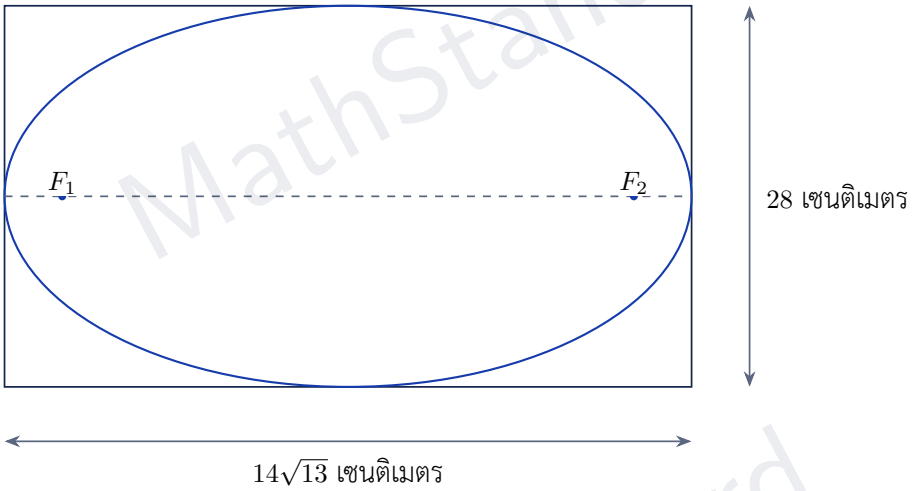
MathStandard

ข้อ 26 ให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรีสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง และสัมประสิทธิ์ของ x^2 เท่ากับ 1 เมื่อหาร x^3-3x^2+2x-5 ด้วย $P(x)$ เหลือเศษ 1 และเมื่อหาร x^3+x^2+2x-3 ด้วย $P(x)$ เหลือเศษ -5 จงหา $P(3)$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 27 แผ่นไม้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 28 เซนติเมตร ยาว $14\sqrt{13}$ เซนติเมตร ต้องการตัดเป็นวงรีขนาดใหญ่ที่สุดที่บรรจุในแผ่นไม้ได้ โดยแกนเอกและแกนโทขนานกับด้านยาวและด้านกว้างตามลำดับ หากปักหมุดสองจุดบนแกนเอกและใช้เชือกขึงเพื่อสร้างวงรี จงหาระยะระหว่างหมุดทั้งสอง ซึ่งแสดงตำแหน่งด้วย F_1, F_2 ในรูป



ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 28 ให้ (a_n) เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วม $r > 1$ ถ้า

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{1-r^n} = -2, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{r^n} = 3$$

จงหา $a_3 - a_1$

ตอบ _____

ข้อ 29 ข้อสอบจำลองมีสองตอน ตอนที่หนึ่งมี 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน และตอนที่สองมี 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน แต่ละข้อตอบถูกได้คะแนนเต็ม ตอบผิดหรือเว้นได้ 0 คะแนน จงหาจำนวนคะแนนรวมที่แตกต่างกันทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยรวมคะแนน 0 ด้วย

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 30 ปริมาตรน้ำฝนที่เก็บได้ในภาชนะหนึ่งในแต่ละวันมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย 10.45 มิลลิลิตร และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.0 มิลลิลิตร ให้ $a < 11.77$ ถ้าความน่าจะเป็นที่ปริมาตรอยู่ระหว่าง a กับ 11.77 มิลลิลิตรเท่ากับ 0.0900 จงหา a โดยใช้ตารางการแจกแจงปกติมาตรฐานต่อไปนี้

z	0.40	0.46	0.60	0.66
$P(Z \leq z)$	0.6554	0.6772	0.7257	0.7454

ใช้ค่าจากตารางและไม่ปัดเศษค่าที่คำนวณได้เพิ่มเติม

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยคำตอบ

ข้อ	คำตอบ
1	2
2	(ก) เป็นสัจนิรันดร์ (ข)–(จ) ไม่เป็นสัจนิรันดร์
3	ตัวเลือก 1 นักเรียนทุกคนสอบผ่าน และไม่มีนักเรียนคนใดได้รับรางวัล
4	$(-3,-1)$ และ $(-3,1)$
5	(ก) จริง (ข) เท็จ (ค) จริง
6	6
7	9
8	$\left(\frac{1}{4},\infty\right)$
9	$\frac{1}{\sin\theta}$ หรือ $\csc\theta$
10	5 ค่า
11	3
12	$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)$
13	$1+\sqrt{3}\,i$
14	186
15	160

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยคำตอบ (ต่อ)

ข้อ	คำตอบ
16	$\frac{a-1}{25}$
17	6
18	2
19	$\frac{22}{3}$ ตารางหน่วย
20	90 วิธี
21	$\frac{1}{100}$
22	(ก) จริง (ข) จริง (ค) เท็จ
23	$\frac{26}{5}$ ปี^{2}
24	$\left(\frac{49}{50}\right)^{10}+\frac{1}{5}\left(\frac{49}{50}\right)^{9}$
25	9 ลูกบาศก์หน่วย
26	11
27	42 เซนติเมตร
28	48
29	93 ค่า
30	11.25 มิลลิลิตร

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยวิธีคิด

ข้อ 1 **วิธีคิด** ให้ $y = n(B - A)$ จาก $C \subseteq A - B$ ได้ว่า C ไม่ทับซ้อนกับ B จึงแยก $B \cup C$ เป็นส่วนที่ไม่ทับซ้อนกันคือ $B - A$ กับ $(A \cap B) \cup C$ ดังนั้น

$$n(B \cup C) = y + 7, \qquad n(A) = 20 - y$$

แทนในเงื่อนไข $n(A) = 2n(B \cup C)$ ได้ $20 - y = 2(y + 7)$ จึงมี $y = 2$

ตอบ 2

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 2 **วิธีคิด** สัจนิรันดร์ต้องมีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ตารางค่าความจริงเป็นดังนี้

p	q	r	(ก)	(ข)	(ค)	(ง)	(จ)
T	T	T	T	T	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F	F	F
F	T	T	T	T	F	F	T
F	T	F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	F	T	T
F	F	F	T	T	F	F	T

มีเพียงข้อ (ก) ที่เป็นจริงทั้ง 8 กรณี

ตอบ (ก) เป็นสัจนิรันดร์ (ข)–(จ) ไม่เป็นสัจนิรันดร์

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 3 **วิธีคิด** ให้ P แทนข้อความ “นักเรียนทุกคนสอบผ่าน” และ Q แทนข้อความ “มีนักเรียนบางคนได้รับรางวัล” นิเสธของ $P \to Q$ คือ $P \wedge \neg Q$ โดย $\neg Q$ หมายถึงไม่มีนักเรียนคนใดได้รับรางวัล

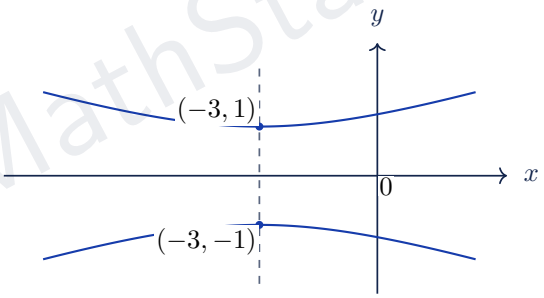
ตอบ ตัวเลือก 1 นักเรียนทุกคนสอบผ่าน และไม่มีนักเรียนคนใดได้รับรางวัล

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 4 **วิธีคิด** จัดกำลังสองสมบูรณ์ ได้

$$(x+3)^2-16y^2+16=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{y^2}{1}-\frac{(x+3)^2}{16}=1$$

เป็นไฮเพอร์โบลาที่มีศูนย์กลาง $(-3,0)$ และแกนตามขวางขนานแกน y ความยาวกึ่งแกนตามขวางเท่ากับ 1 จึงมีจุดยอด $(-3,-1)$ และ $(-3,1)$



ตอบ $(-3,-1)$ และ $(-3,1)$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 5 **วิธีคิด** กราฟ $g(x)=f(x-1)$ ได้จากการเลื่อนกราฟ f ไปทางขวา 1 หน่วย ช่วงที่ f ลดคือ $[0,4]$ จึงเลื่อนเป็นช่วง $[1,5]$ ของ g ข้อ (ก) เป็นจริง

ที่ $x=1$ ได้ $g(1)=f(0)=5$ จึงไม่ใช่จุดตัดแกน x ข้อ (ข) เป็นเท็จ

ส่วน $h(0)=f(0)+2=5+2=7$ จึงมีจุดตัดแกน y คือ $(0,7)$ ข้อ (ค) เป็นจริง

ตอบ (ก) จริง (ข) เท็จ (ค) จริง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 6 **วิธีคิด** มี $\det A=-1\neq 0$ จึงได้

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}-2 & 1\\ 3 & -1\end{bmatrix}, \qquad X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}7 & 2\\ -9 & -1\end{bmatrix}$$

ดังนั้น $2a+b+c+d=2(7)+2-9-1=6$

ตอบ 6

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 7 **วิธีคิด** จากความเป็นหนึ่งต่อหนึ่งของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ได้ $x = y + 1$ แทนใน $4x + 2y = -2$ จึงได้ $y = -1$ และ $x = 0$ ดังนั้น

$$5 \cdot 4^x + 4^{-y} = 5 \cdot 4^0 + 4^1 = 9$$

ตอบ 9

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 8 **วิธีคิด** โดเมนต้องมี $x > 0$ ให้ $t = \log_3(4x)$ เนื่องจาก $\frac{1}{27} = 3^{-3}$ และ $\frac{1}{243} = 3^{-5}$ จึงได้

$$-\frac{t}{3} < -\frac{t}{5} \quad \iff \quad -2t < 0 \quad \iff \quad t > 0$$

เมื่อฐาน $3 > 1$ จะได้ $4x > 1$ หรือ $x > \frac{1}{4}$

ตอบ $\left(\frac{1}{4}, \infty\right)$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 9 **วิธีคิด** ใช้สูตรมุมสองเท่าและ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ ได้

$$\begin{aligned}\frac{\sin 2\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos 2\theta}{\sin\theta} &= 2\sin\theta + \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\sin\theta} \\ &= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta} = \frac{1}{\sin\theta}\end{aligned}$$

การจัดรูปใช้เงื่อนไข $\sin\theta \neq 0$ และ $\cos\theta \neq 0$ ตามนิพจน์เดิม

ตอบ $\frac{1}{\sin\theta}$ หรือ $\csc\theta$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 10 **วิธีคิด** แทนเจนต์มีคาบ π จึงเขียนคำตอบเป็น

$$ex = e\pi + k\pi \quad \Rightarrow \quad x = \pi + \frac{k\pi}{e}, \qquad k \in \mathbb{Z}$$

จาก $0 \leq x \leq 2\pi$ ได้ $-e \leq k \leq e$ จึงมี $k = -2, -1, 0, 1, 2$ รวม 5 ค่า โดย $e\pi$ และค่าที่ต่างจากมันเป็นจำนวนเต็มเท่าของ π ไม่ใช่จุดที่แทนเจนต์ไม่มีนิยาม

ตอบ 5 ค่า

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 11 **วิธีคิด** ใช้สูตรมุมระหว่างเวกเตอร์ ได้

$$\frac{a-1}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+2}} = \cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

จึงต้องมี $a < 1$ เมื่อยกกำลังสองและจัดรูป ได้ $2(a-1)^2 = a^2+2$ หรือ $a(a-4) = 0$ เมื่อตรวจเงื่อนไข $a < 1$ เหลือ $a = 0$

จาก $\vec{u}\cdot\vec{w} = 0$ ได้ $-b+1 = 0$ จึงมี $b = 1$ และ $a+3b = 3$

ตอบ 3

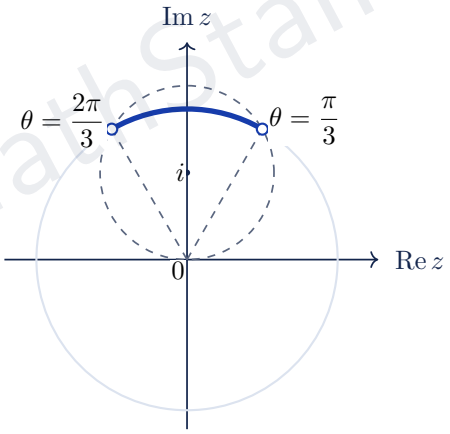
กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 12 **วิธีคิด** เขียนส่วนจริงและส่วนจินตภาพของ $z-i$ แล้วขยายกำลังสอง ได้

$$|z-i|^2 = (\sqrt{3}\cos\theta)^2 + (\sqrt{3}\sin\theta - 1)^2 = 4 - 2\sqrt{3}\sin\theta$$

เงื่อนไข $|z-i| < 1$ จึงให้ $\sin\theta > \frac{\sqrt{3}}{2}$ ในช่วง $[0, 2\pi)$ ได้

$$\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{2\pi}{3}$$



ตอบ $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 13 **วิธีคิด** รากทั้งหกของ $z^6 = -1$ มีขนาด 1 และมุม $\frac{\pi + 2k\pi}{6}$ เมื่อ $k = 0, 1, \ldots, 5$ เงื่อนไข $a > 0$, $b > 0$ เลือกรากในจตุภาคที่หนึ่งได้เพียงรากเดียว คือ

$$z = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$$

จึงมี $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ และ $z^4 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ดังนั้น $z^4 + z^2 + 1 = 1 + \sqrt{3}\,i$

ตอบ $1 + \sqrt{3}\,i$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 14 **วิธีคิด** จากความสัมพันธ์ระหว่างรากกับสัมประสิทธิ์ ได้ $a \cdot \frac{1}{a} \cdot b = 13$ จึงมี $b = 13$ และ

$$a + \frac{1}{a} + 13 = \frac{93}{6} \quad \Rightarrow \quad a + \frac{1}{a} = \frac{5}{2}$$

แก้ได้ $a = 2$ หรือ $a = \frac{1}{2}$ เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวกจึงได้ $a = 2$ จากผลบวกผลคูณรากทีละคู่

$$\frac{c}{6} = 1 + 13\left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{67}{2}$$

จึงมี $c = 201$ และ $c - a - b = 201 - 2 - 13 = 186$

ตอบ 186

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 15 **วิธีคิด** ให้ d เป็นผลต่างร่วมของลำดับ เนื่องจาก $28 + 25 = 29 + 24$ จึงมี $a_{28} + a_{25} = a_{29} + a_{24}$ ให้ผลบวกนี้เท่ากับ S แล้วแยกผลต่างกำลังสอง ได้

$$a_{28}^2 - a_{25}^2 = 3dS = 96, \qquad a_{29}^2 - a_{24}^2 = 5dS$$

ดังนั้นค่าที่ต้องการเท่ากับ $\frac{5}{3}(96) = 160$

ตอบ 160

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 16 **วิธีคิด** เขียนผลรวมที่ต้องการเป็น $\sum_{k=2}^{48} \frac{1}{k(50-k)}$ แล้วแยกเศษส่วน

$$\frac{1}{k(50-k)} = \frac{1}{50}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{50-k}\right)$$

เมื่อ k วิ่งจาก 2 ถึง 48 ตัวเลข $50-k$ จะวิ่งจาก 48 ถึง 2 จึงมีผลรวมของแต่ละส่วนเท่ากับ $a-1$ ดังนั้นผลรวมทั้งหมดเท่ากับ $\frac{2(a-1)}{50} = \frac{a-1}{25}$

ตอบ $\frac{a-1}{25}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 17 **วิธีคิด** แยกตัวประกอบในเศษและส่วน เมื่อ $x \neq 1, -4$ ได้

$$g(x) = \frac{(x-1)(f(x)+2)}{(x-1)(x+4)} \qquad \Rightarrow \qquad (x+4)g(x) = f(x)+2$$

ใช้ความต่อเนื่องให้ $x \to 1$ จะได้ $5g(1) = f(1)+2$ จึงมี $f(1) = 8$ และเมื่อ $x \to -4$ ได้ $0 = f(-4)+2$ จึงมี $f(-4) = -2$ ผลรวมเท่ากับ 6

ตอบ 6

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 18 **วิธีคิด** จากกฎลูกโซ่ $g\prime(7) = 2f(7)f\prime(7)$ จึงได้ $f\prime(7) = \frac{1}{6}$ ให้ $H(x) = 2x^2 + 4x - 9$ จะมี $H(2) = 7$ และ $H\prime(2) = 12$ ดังนั้น

$$\frac{d}{dx} f(H(x))\Big|_{x=2} = f\prime(H(2))H\prime(2) = \frac{1}{6}(12) = 2$$

ตอบ 2

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

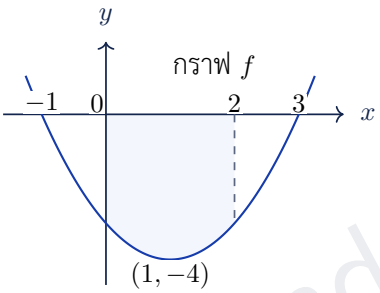
MathStandard

ข้อ 19 **วิธีคิด** เขียน $f(x)=\lambda(x-h)^2-4$ เมื่อ $\lambda>0$ เส้นสัมผัสให้ $f(0)=-3$ และ $f\prime(0)=-2$ จึงได้

$$\lambda h^2=1, \qquad \lambda h=1$$

ดังนั้น $h=1$, $\lambda=1$ และ $f(x)=x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$ ซึ่งเป็นลบตลอดช่วง $[0,2]$ พื้นที่จึงเท่ากับ

$$\begin{aligned}\text{Area}&=-\int_0^2(x^2-2x-3)\,dx\\&=-\left[\frac{x^3}{3}-x^2-3x\right]_0^2=\frac{22}{3}\end{aligned}$$



ตอบ $\frac{22}{3}$ ตารางหน่วย

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 20 **วิธีคิด** เลือกโดนัทให้เด็กแต่ละคนตามลำดับจากชิ้นที่เหลือ ได้

$$\binom{6}{2}\binom{4}{2}\binom{2}{2}=15\cdot 6\cdot 1=90$$

ผู้รับแต่ละคนเป็นคนละคนกัน จึงไม่หารจำนวนวิธีด้วย $3!$

ตอบ 90 วิธี

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 21 **วิธีคิด** เลขท้ายสองหลักมี $10^2=100$ แบบที่มีโอกาสเท่ากัน และมีรหัสที่ตรงเงื่อนไขเพียง 1 แบบ จึงมีความน่าจะเป็น $\frac{1}{100}$ โดยเลขสี่หลักแรกเลือกได้เหมือนกันในทุกกรณี

ตอบ $\frac{1}{100}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 22 **วิธีคิด** ควอไทล์ที่ 3 คือเปอร์เซ็นไทล์ที่ 75 ตามนิยาม ข้อ (ก) จึงเป็นจริง ส่วนมัธยฐานคือเปอร์เซ็นไทล์ที่ 50 และตำแหน่งเปอร์เซ็นไทล์ไม่ลดเมื่ออันดับเพิ่ม ข้อ (ข) จึงเป็นจริง
ข้อ (ค) เป็นเท็จ เช่น ข้อมูล $0,0,0,0,0,0,3,3,3$ มีมัธยฐาน 0 แต่ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1

ตอบ (ก) จริง (ข) จริง (ค) เท็จ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 23 **วิธีคิด** ค่าเฉลี่ยของประชากรคือ $\mu = \dfrac{5+6+10+3+6}{5} = 6$ ปี ให้ σ^2 แทนความแปรปรวนประชากร ได้

$$\sigma^2 = \frac{(5-6)^2+(6-6)^2+(10-6)^2+(3-6)^2+(6-6)^2}{5} = \frac{26}{5}$$

ตอบ $\dfrac{26}{5}$ ปี^{2}

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 24 **วิธีคิด** ให้ X เป็นจำนวนกล่องเปล่าที่พบ มี $X \sim B\left(10, \dfrac{1}{50}\right)$ และน้อยกว่า 2 กล่องหมายถึง $X=0$ หรือ $X=1$ จึงได้

$$\begin{aligned} P(X<2) &= P(X=0)+P(X=1) \\ &= \left(\frac{49}{50}\right)^{10} + 10\left(\frac{1}{50}\right)\left(\frac{49}{50}\right)^{9} \end{aligned}$$

ตอบ $\left(\dfrac{49}{50}\right)^{10} + \dfrac{1}{5}\left(\dfrac{49}{50}\right)^{9}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 25 **วิธีคิด** หาเวกเตอร์สันที่ยังไม่ได้กำหนดโดยตรง

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (3,-3,3)$$

แล้วคำนวณ $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD} = (-9,-6,3)$ ปริมาตรเท่ากับค่าสัมบูรณ์ของผลคูณเชิงสเกลาร์สามชั้น

$$\left|\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AD})\right| = |2(-9)+(-4)(-6)+1(3)| = 9$$

ตอบ 9 ลูกบาศก์หน่วย

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 26 **วิธีคิด** ลบเศษออกจากพหุนามแต่ละตัว จะได้พหุนามที่ $P(x)$ หารลงตัวทั้งสองตัว ผลต่างของพหุนามทั้งสองนี้คือ

$$(x^3-3x^2+2x-6)-(x^3+x^2+2x+2)$$
$$=-4x^2-8=-4(x^2+2)$$

เมื่อ P มีดีกรี 2 และสัมประสิทธิ์นำ 1 จึงต้องมี $P(x)=x^2+2$ ซึ่งตรวจหารพหุนามทั้งสองแล้วให้เศษตามกำหนด ดังนั้น $P(3)=3^2+2=11$

ตอบ 11

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 27 **วิธีคิด** ให้ a,b เป็นความยาวกึ่งแกนเอกและกึ่งแกนโทของวงรีตามลำดับ จึงมี $a=7\sqrt{13}$ และ $b=14$ หมุดทั้งสองอยู่ที่จุดโฟกัสของวงรี ให้ c เป็นระยะจากศูนย์กลางถึงโฟกัส ได้

$$c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{637-196}=21$$

ระยะระหว่างหมุดทั้งสองเท่ากับ $2c=42$ เซนติเมตร

ตอบ 42 เซนติเมตร

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 28 **วิธีคิด** ใช้ $a_n=a_1r^{n-1}$ และ $S_n=\dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ เมื่อ $r>1$ ลิมิตทั้งสองให้

$$-\frac{a_1}{r}=-2,\qquad \frac{a_1}{r-1}=3$$

จึงได้ $a_1=2r=3(r-1)$ ทำให้ $r=3$ และ $a_1=6$ ดังนั้น $a_3-a_1=6(3^2-1)=48$

ตอบ 48

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 29 **วิธีคิด** ให้ i, j เป็นจำนวนข้อที่ตอบถูกในตอนที่หนึ่งและตอนที่สองตามลำดับ คะแนนรวมอยู่ในรูป $3i + 5j$ โดย $0 \le i \le 25$, $0 \le j \le 5$ และ i, j เป็นจำนวนเต็ม แยกคะแนนตามเศษเมื่อหารด้วย 3 ได้

เศษ	ค่าคะแนนที่เป็นไปได้	จำนวนค่า
0	$0, 3, 6, \ldots, 90$	31
1	$10, 13, 16, \ldots, 100$	31
2	$5, 8, 11, \ldots, 95$	31

แต่ละกลุ่มเป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลต่างร่วม 3 และกลุ่มที่มีเศษต่างกันไม่ทับซ้อนกัน จึงมีคะแนนรวมที่แตกต่างกัน $31 + 31 + 31 = 93$ ค่า

ตอบ 93 ค่า

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 30 **วิธีคิด** ให้ X แทนปริมาตรน้ำฝนที่เก็บได้ และ $Z = \dfrac{X - 10.45}{2.0}$ เป็นตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน ขอบเขตบน 11.77 แปลงได้

$$z_U = \frac{11.77 - 10.45}{2.0} = 0.66$$

ให้ $z_a = \dfrac{a - 10.45}{2.0}$ จาก $a < 11.77$ และพื้นที่ช่วงที่กำหนด ได้

$$P(Z \le z_a) = 0.7454 - 0.0900 = 0.6554$$

อ่านตารางได้ $z_a = 0.40$ ดังนั้น $a = 10.45 + 2.0(0.40) = 11.25$

ตอบ 11.25 มิลลิลิตร

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

หัวข้อสำหรับทบทวน

ข้อ	หัวข้อ
1	จำนวนสมาชิกของเซตภายใต้เงื่อนไข
2	สัจนิรันดร์และตารางค่าความจริง
3	นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ
4	ไฮเพอร์โบลาและจุดยอด
5	การเลื่อนกราฟและสมบัติของฟังก์ชัน
6	สมการเมทริกซ์และเมทริกซ์ผกผัน
7	ระบบสมการเอกซ์โพเนนเชียล
8	อสมการลอการิทึม
9	เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ
10	คาบของฟังก์ชันแทนเจนต์
11	มุมระหว่างเวกเตอร์และเงื่อนไขเครื่องหมาย
12	รูปเชิงขั้วและอสมการของจำนวนเชิงซ้อน
13	รากของจำนวนเชิงซ้อน
14	ความสัมพันธ์ระหว่างรากกับสัมประสิทธิ์
15	ลำดับเลขคณิตและผลต่างกำลังสอง
16	อนุกรมและการแยกเศษส่วนย่อย
17	ความต่อเนื่องและการตัดตัวประกอบ
18	กฎลูกโซ่
19	เส้นสัมผัสและพื้นที่ระหว่างกราฟกับแกน
20	การแบ่งสิ่งของให้ผู้รับที่แตกต่างกัน
21	ความน่าจะเป็นแบบโอกาสเท่ากัน
22	ตำแหน่งของข้อมูลและการตรวจข้อความทั่วไป
23	ความแปรปรวนของประชากร
24	การแจกแจงทวินาม
25	ผลคูณเชิงสเกลาร์สามชั้นและปริมาตร
26	การหารพหุนามและเศษเหลือ
27	วงรีและระยะระหว่างจุดโฟกัส
28	ลิมิตของลำดับและอนุกรมเรขาคณิต
29	การนับค่าคะแนนที่แตกต่างกัน
30	การแจกแจงปกติและขอบเขตของช่วง

MathStandard
MathStandard
MathStandard