MathStandard

แนวข้อสอบ A-Level

ฉบับเรียบเรียงใหม่

คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ปี 2566

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา | ฉบับ 1.0

เอกสารแนวข้อสอบ A-Level คณิตศาสตร์ประยุกต์ 1 ปี 2566 ฉบับเรียบเรียงใหม่ จัดทำขึ้นเพื่อทบทวนความรู้และฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับการเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย พร้อมเฉลยคำตอบและวิธีคิดสำหรับศึกษาทบทวนด้วยตนเอง

ข้อสอบในเอกสารนี้ใช้การเขียนคำตอบเป็นหลัก โดยมีข้อเลือกตอบหนึ่งข้อ รูปแบบจึงแตกต่างจากการสอบจริงซึ่งประกอบด้วยข้อเลือกตอบและข้อระบายคำตอบที่เป็นตัวเลข การฝึกเขียนคำตอบมุ่งให้ผู้เรียนวิเคราะห์และคำนวณโดยไม่อาศัยตัวเลือกในข้อที่เหมาะสม

1. ข้อสอบมี 30 ข้อ ให้เขียนคำตอบในบรรทัดที่กำหนดและใช้พื้นที่ว่างแสดงการคำนวณ ข้อ 2 ให้เลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว
2. คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วน กรณฑ์ หรือนิพจน์ที่แน่นอนในรูปอย่างง่าย ไม่ปัดเป็นทศนิยม เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น
3. ข้อที่ถามหลายรายการให้ระบุคำตอบตามลำดับหรือกำกับชื่อให้ชัด พร้อมหน่วยเมื่อจำเป็น
4. มุมของฟังก์ชันตรีโกณมิติใช้หน่วยเรเดียน เว้นแต่ระบุสัญลักษณ์องศาไว้
5. รูปประกอบแสดงความสัมพันธ์ตามโจทย์ กราฟพิกัดให้อ่านค่าจากจุดและเส้นกำกับที่ระบุ ไม่ใช้การวัดความยาวจากภาพแทนข้อมูล
6. ข้อ 1–25 ข้อละ 3 คะแนน และข้อ 26–30 ข้อละ 5 คะแนน รวม 100 คะแนน ข้อที่ถามหลายรายการแบ่งคะแนนเท่ากันตามจำนวนรายการ เกณฑ์นี้ใช้ประเมินตนเองในเอกสารฉบับนี้
7. ทำข้อสอบให้ครบก่อนตรวจคำตอบ แล้วศึกษาวิธีคิดท้ายเล่มเพื่อทบทวนเหตุผลและขั้นตอน การทำฉบับเขียนตอบไม่กำหนดเวลาตายตัว และไม่ใช้คะแนนนี้เทียบคะแนนสอบจริงโดยตรง

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เอกสารประกอบการเตรียมสอบจัดทำโดย MathStandard มิใช่ข้อสอบทางการของหน่วยงานจัดสอบ

สารบัญ

คำชี้แจง 1

ข้อสอบ 3

เฉลยคำตอบ 23

เฉลยวิธีคิด 25

หัวข้อสำหรับทบทวน 35

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 1 ให้ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x+3| < 2|x-5|\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$ จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อเป็นจริงหรือเท็จ

(ก) สมาชิกของ A ที่มีค่ามากที่สุดคือ 0

(ข) $A - B$ เป็นเซตอนันต์

(ค) ประพจน์ $\forall x \in \mathbb{R}\,[x \in A \to x \in B]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

ตอบ _____

ข้อ 2 ให้ p, q, r, s เป็นประพจน์ โดย

$$\big((\neg p \wedge q) \to (\neg r \to (r \leftrightarrow s))\big)$$

มีค่าความจริงเป็นเท็จ ประพจน์ในข้อใดมีค่าความจริงเป็นจริง

1. $q \wedge s$
2. $p \leftrightarrow s$
3. $p \wedge r$
4. $\neg p \to r$
5. $q \leftrightarrow r$

ตอบ _____

ข้อ 3 กำหนดตัวดำเนินการ $*$ ด้วยตารางค่าความจริงต่อไปนี้

p	q	$p*q$
T	T	F
T	F	T
F	T	F
F	F	T

จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อถูกต้องหรือไม่

(ก) $[(p*q)\wedge p]\rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

(ข) $\neg(p*q)$ สมมูลกับ $p*(\neg q)$

(ค) $p*q$ สมมูลกับ $(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge\neg q)$

ตอบ _____

ข้อ 4 ให้ $p(x)=x^3+(k-1)x^2-k^3$ โดย $k<0$ ถ้าหาร $p(x)$ ด้วย $x-3$ แล้วเหลือเศษ 18 จงหาเศษเหลือเมื่อหาร $p(x)$ ด้วย $2x+1$

ตอบ _____

ข้อ 5 ให้ $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ และ $\varnothing \neq B \subseteq A$ โดย $2 \notin B$ ให้ $f : A \to B$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึงที่ $f(-1) = 1$ และ $f(1) = -1$ จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อถูกต้องหรือไม่

(ก) ถ้า $f(2) > 0$ แล้ว $f(2) = 1$

(ข) f เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

(ค) f มีฟังก์ชันผกผันจาก B ไป A

ตอบ _____

ข้อ 6 ให้ a เป็นจำนวนจริงที่สอดคล้องกับ

$$\log_{\frac{1}{5}} 5 + \frac{4 \log 64}{\log 2} = 6^a$$

จงหาค่า a

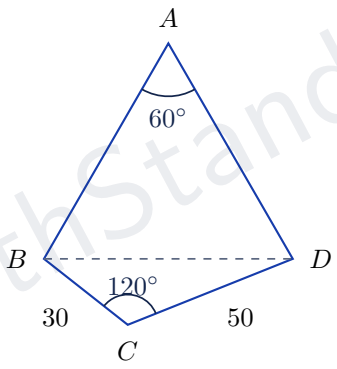
ตอบ _____

ข้อ 7 จุด (a,b) อยู่บนวงรี $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$ และมีระยะถึงจุด $\left(0,-\frac{5}{4}\right)$ เท่ากับระยะถึงเส้นตรง $y=-\frac{3}{4}$ จงหาค่า b

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 8 รูปสี่เหลี่ยม $ABCD$ มี $AB = AD$, $\angle BAD = 60^\circ$ และ $\angle BCD = 120^\circ$ โดย $BC = 30$ และ $CD = 50$ หน่วย จงหาความยาว AB



ตอบ _____

ข้อ 9 จงหาค่า

$$\tan\left(\arccos\frac{5}{13}+\arcsin\frac{3}{5}\right)$$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 10 ให้ $A=\begin{bmatrix} x & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ และ $B=\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ x & 1 \end{bmatrix}$ ถ้า $\det(B^{-1}A)=-6$ จงหาค่า x

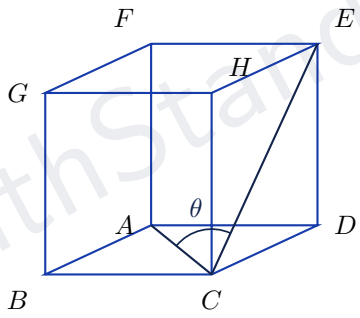
ตอบ _____

ข้อ 11 กำหนด $\vec{u}=(2,-1,2)$, $\vec{v}=(-1,-2,3)$ และ $\vec{w}=(4,3,a)$ ถ้า $\vec{u}\times\vec{v}$ ตั้งฉากกับ $\vec{w}$ จงหาค่า a

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 12 ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก $ABCDEFGH$ มีขอบขนานกับแกนพิกัด โดย AB ขนานแกน x, AD ขนานแกน y และ AF ขนานแกน z กำหนด $B=(1,1,0)$, $C=(1,2,0)$ และ $F=(0,1,2)$ ตามรูป จงหาค่า $\sec\theta$ เมื่อ $\theta=\angle ACE$



ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 13 ให้ $u = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$ และ v เป็นรากที่สามของ $\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$ ถ้า $\operatorname{Re}\left(\frac{u}{v}\right) < 0$ จงหาส่วนจริงของ v

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 14 ให้ $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z-i|^2 + |z+i|^2 < 4\}$ จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อถูกต้องสำหรับทุก $w \in A$ หรือไม่

(ก) $\operatorname{Re}(w) \in A$

(ข) $\overline{w} \in A$

(ค) $w^2 \in A$

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 15 โฮมสเตย์มีห้องพัก 3 ห้องที่แตกต่างกัน ได้แก่ ห้องเล็ก ห้องกลาง และห้องใหญ่ จุได้ไม่เกิน $2, 4, 6$ คน ตามลำดับ มีผู้เข้าพักสองกลุ่ม กลุ่มที่หนึ่งมี 6 คน และกลุ่มที่สองมี 3 คน จงหาจำนวนวิธีจัดคนทั้งหมดเข้าห้อง โดยคนต่างกลุ่มห้ามพักห้องเดียวกัน คนในกลุ่มเดียวกันแยกหลายห้องได้ และอาจมีห้องว่างได้

ตอบ _____

ข้อ 16 บริษัทมีเครื่องถ่ายเอกสาร A และ B ความน่าจะเป็นที่เครื่อง A เสียเท่ากับ 0.11 ที่เครื่อง B เสียเท่ากับ 0.15 และที่เครื่องอย่างน้อยหนึ่งเครื่องเสียเท่ากับ 0.18 จงหาความน่าจะเป็นที่มีเครื่องถ่ายเอกสารไม่เสียอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง

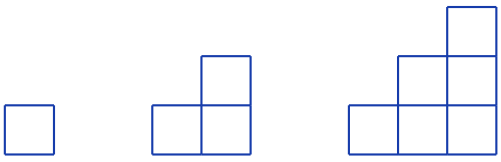
ตอบ _____

ข้อ 17 ให้ $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}$ สำหรับ $n = 1, 2, 3, \ldots$ จงหาผลบวก $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$

ตอบ _____

MathStandard

ข้อ 18 กำหนดแบบรูปบันไดไม้ขีดไฟตามรูป แต่ละด้านย่อยของสี่เหลี่ยมจัตุรัสใช้ไม้ขีดไฟหนึ่งก้าน และด้านร่วมใช้ก้านเดียวกัน ถ้ามีไม้ขีดไฟ 990 ก้าน จะต่อเป็นบันไดหนึ่งรูปได้มากที่สุดกี่ชั้น



1 ชั้น 2 ชั้น 3 ชั้น

ตอบ _____

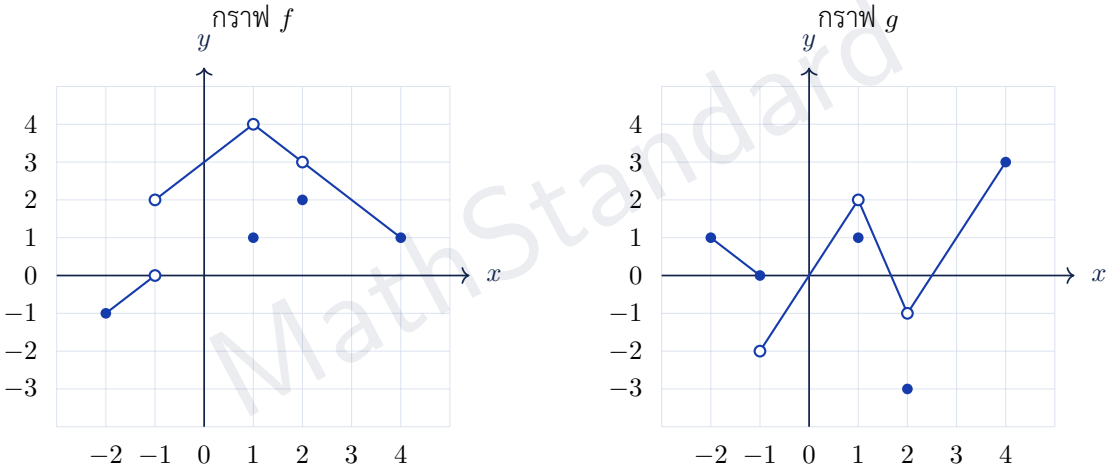
MathStandard

ข้อ 19 ผู้กู้รายหนึ่งกู้เงิน 200,000 บาท อัตราดอกเบี้ย 2% ต่อปี ทบต้นทุกปี เป็นเวลา 2 ปี จากนั้นนำยอดเงินต้นพร้อมดอกเบี้ยทั้งหมดไปเป็นเงินต้นของสัญญาใหม่ อัตรา 3% ต่อปี ทบต้นทุก 6 เดือน เป็นเวลาอีก 1 ปี เมื่อครบสัญญาใหม่ ต้องชำระทั้งหมดกี่บาท สามารถตอบเป็นนิพจน์ที่แน่นอนได้

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 20 กำหนดกราฟของฟังก์ชัน f และ g ดังรูป ช่องตารางมีระยะหนึ่งหน่วยทั้งแนวตั้งและแนวนอน



จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อเป็นจริงหรือเท็จ

(ก) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)g(x) = 1$

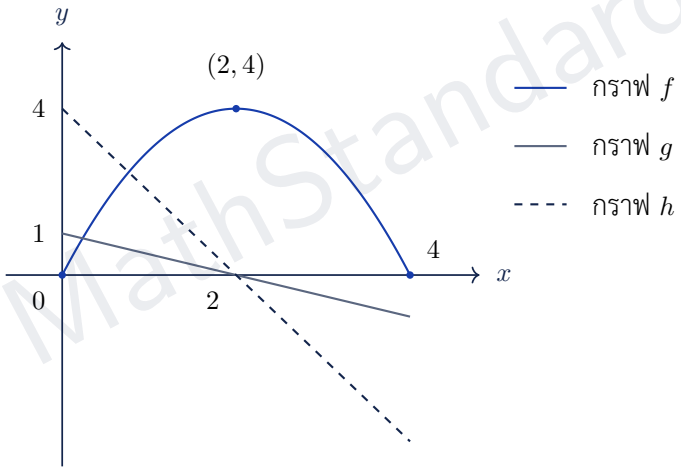
(ข) $\lim\limits_{x\to -1} \big(f(x) + g(x)\big) = 0$

(ค) $f + g$ ต่อเนื่องบนช่วง $(2, 4]$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 21 กราฟ f เป็นพาราโบลาที่มีจุดยอด $(2,4)$ และตัดแกน x ที่ $(0,0),(4,0)$ เส้นตรง g และ h ตัดแกน x ที่ $(2,0)$ โดย $g(0)=1$ และ $h(0)=4$ ดังรูป



(ก) อนุพันธ์ f' เท่ากับฟังก์ชันใดระหว่าง g และ h

(ข) จงหาค่าคงตัว k ที่ทำให้ $\int_0^2 h(x)\,dx = k\int_2^4 g(x)\,dx$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 22 ให้ $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ โดย $a \neq 0$ เป็นพหุนามสัมประสิทธิ์จริง ซึ่ง $x^2 - 1$ หาร $p(x)$ ลงตัว กำหนด $p(0) = -2$ และ $p'(0) = -4$ ให้ S เป็นเซตของรากจริงที่แตกต่างกันของ $p(x) = 0$ ถ้า $n(S) = 3$ จงหาผลบวกของสมาชิกทั้งหมดใน S

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 23 ผลสอบของนักเรียน 200 คน แสดงด้วยตารางต่อไปนี้

คะแนน	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
จำนวนคน	2	10	48	40	24	20	20	16	10	6	4

จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อเป็นจริงหรือเท็จ

(ก) ฐานนิยมเท่ากับ 60 คะแนน

(ข) ควอไทล์ที่ 2 เท่ากับ 75 คะแนน

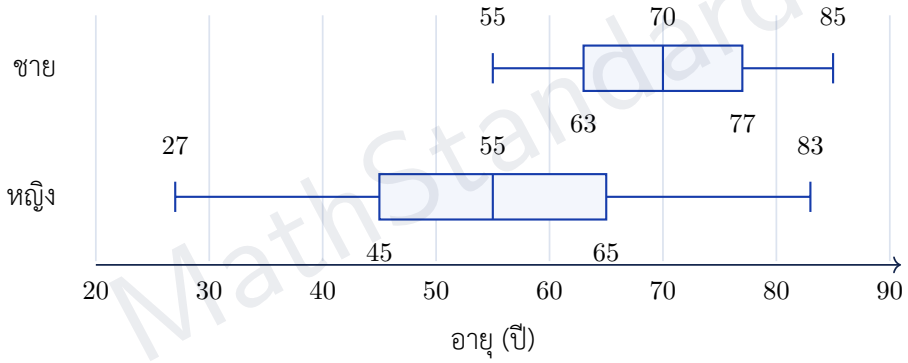
(ค) คะแนนต่ำสุดเป็นค่านอกเกณฑ์

กำหนดให้ค่านอกเกณฑ์เป็นข้อมูลที่น้อยกว่า $Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$ หรือมากกว่า $Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$ โดย Q_1, Q_3 คือควอไทล์ที่ $1, 3$ ตามลำดับ ใช้ตำแหน่ง Q_r เท่ากับ $\frac{r(N+1)}{4}$ เมื่อ N เป็นจำนวนข้อมูล และแทรกค่าระหว่างข้อมูลที่ติดกันเมื่อตำแหน่งไม่เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 24 ศูนย์ดูแลผู้ป่วยมีผู้ป่วยทั้งหมด 120 คน เป็นผู้ป่วยชายร้อยละ 40 อายุจำแนกตามเพศแสดงด้วยแผนภาพกล่องดังรูป ค่าเฉลี่ยอายุของผู้ป่วยชายเท่ากับ 70 ปี และของผู้ป่วยหญิงเท่ากับ 55 ปี



จงพิจารณาว่าข้อความแต่ละข้อเป็นจริงหรือเท็จ

(ก) ค่าเฉลี่ยอายุของผู้ป่วยทั้งหมดเท่ากับ $\frac{125}{2}$ ปี

(ข) พิสัยระหว่างควอไทล์ของอายุชายน้อยกว่าของอายุหญิง

(ค) ผู้ป่วยทั้งหมดที่มีอายุน้อยกว่า 68 ปี มีจำนวนไม่เกิน 51 คน

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 25 วัคซีนชนิดหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่ผู้รับแต่ละคนมีอาการแพ้เท่ากับ 0.0002 สุ่มผู้รับวัคซีน 500 คน โดยการเกิดอาการแพ้ของแต่ละคนเป็นอิสระต่อกัน จงหาความน่าจะเป็นที่มีผู้แพ้ไม่เกินหนึ่งคน สามารถตอบเป็นนิพจน์ที่แน่นอนได้

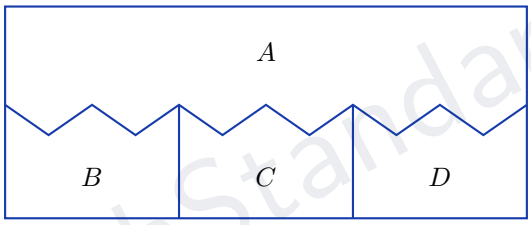
ตอบ _____

ข้อ 26 กำหนด $A, B \subseteq U$ โดย $n(U) = 100$, $n(A \cap B) = 35$ และ $n(A' \cap B') = 9$ ถ้า $n(A) \geq 61$ จงหาค่าสูงสุดของ $n(B)$

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 27 รูปสี่เหลี่ยมแบ่งเป็น 4 ส่วนตามรูป มีสีให้เลือก 6 สี แต่ละส่วนใช้สีเดียว ส่วนที่มีขอบร่วมกันต้องต่างสี จงหาจำนวนวิธีระบายสีทั้งหมด โดยส่วนที่ไม่มีขอบร่วมกันใช้สีซ้ำกันได้



ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 28 น้ำหนักเหล็กเส้น X มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ย a กิโลกรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน b กิโลกรัม ถ้า $P(X < 8.86) = 0.31$ และ $P(X > 8.90) = 0.31$ จงหาค่า $a + 2b$ โดยใช้ตารางการแจกแจงปกติมาตรฐานต่อไปนี้

z	-2	-1.5	-1	-0.5	0.5	1	1.5	2
$P(Z \leq z)$	0.02	0.07	0.16	0.31	0.69	0.84	0.93	0.98

ใช้ค่าจากตารางในการคำนวณ

ตอบ _____

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 29 วงกลม $(x-1)^2+(y-2)^2=1$ มีเส้นสัมผัสผ่านจุดกำเนิดสองเส้น คือแกน y และเส้นตรง L จงหาความชันของ L

ตอบ _____

ข้อ 30 ตัวเก็บประจุมีปริมาณประจุคิดเป็นร้อยละหลังชาร์จ t นาที ตามฟังก์ชัน

$$p(t)=100\left(1-2^{-\frac{t}{20}}\right),\qquad t\geq 0$$

ครั้งที่หนึ่งชาร์จจาก 0% จนได้ 50% ครั้งที่สองชาร์จจาก 0% จนได้ 87.5% ระยะเวลาครั้งที่สองมากกว่าครั้งที่หนึ่งกี่นาที

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ข้อ	คำตอบ
1	(ก) เท็จ (ข) จริง (ค) จริง
2	ตัวเลือก 1 คือ $q \wedge s$
3	(ก) ไม่ถูกต้อง (ข) ถูกต้อง (ค) ถูกต้อง
4	$\frac{207}{8}$
5	(ก) ถูกต้อง (ข) ไม่ถูกต้อง (ค) ไม่ถูกต้อง
6	$\log_6 23$
7	$-\frac{3}{2}$
8	70 หน่วย
9	$-\frac{63}{16}$
10	4
11	-4
12	$\sqrt{10}$
13	0
14	(ก) ถูกต้อง (ข) ถูกต้อง (ค) ถูกต้อง
15	43 วิธี

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยคำตอบ (ต่อ)

ข้อ	คำตอบ
16	$\frac{23}{25}$
17	$\frac{3}{2}$
18	30 ชั้น
19	$200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$ บาท
20	(ก) เท็จ (ข) จริง (ค) จริง
21	(ก) $f\prime = h$ (ข) $k = -4$
22	$-\frac{1}{3}$
23	(ก) จริง (ข) เท็จ (ค) เท็จ
24	(ก) เท็จ (ข) จริง (ค) เท็จ
25	$1.0998(0.9998)^{499}$
26	65
27	480 วิธี
28	8.96 กิโลกรัม
29	$\frac{3}{4}$
30	40 นาที

กดหมายเลขข้อเพื่ออ่านวิธีคิด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยวิธีคิด

ข้อ 1 **วิธีคิด** ทั้งสองข้างของอสมการเป็นจำนวนไม่เป็นลบ จึงยกกำลังสองได้โดยคงความสมมูล

$$(2x+3)^2 < 4(x-5)^2 \iff 52x - 91 < 0 \iff x < \frac{7}{4}$$

ดังนั้น $A = \{\ldots, -2, -1, 0, 1\}$ มีสมาชิกมากที่สุดคือ 1 ข้อ (ก) เป็นเท็จ ส่วน $A - B$ ยังมีจำนวนเต็มลบไม่สิ้นสุด ข้อ (ข) เป็นจริง

เมื่อ $x = 0$ ได้ $x \in A$ แต่ $x \notin B$ ประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณจึงเป็นเท็จ ข้อความในข้อ (ค) ที่ระบุว่าประพจน์นี้เป็นเท็จจึงเป็นจริง

ตอบ (ก) เท็จ (ข) จริง (ค) จริง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 2 **วิธีคิด** อิมพลิเคชันเป็นเท็จเมื่อเหตุเป็นจริงและผลเป็นเท็จ จึงได้ $\neg p \wedge q$ เป็นจริง และ $\neg r \to (r \leftrightarrow s)$ เป็นเท็จ ส่งผลให้ $p = F$, $q = T$, $r = F$ และ $r \leftrightarrow s$ เป็นเท็จ ดังนั้น $s = T$

แทนค่าประพจน์ตามลำดับตัวเลือก ได้ T, F, F, F, F จึงมีเพียง $q \wedge s$ ที่เป็นจริง

ตอบ ตัวเลือก 1 คือ $q \wedge s$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 3 **วิธีคิด** จากตารางได้ $p * q \equiv \neg q$ ข้อ (ก) จึงเทียบกับ $(\neg q \wedge p) \to q$ ซึ่งเป็นเท็จเมื่อ $p = T, q = F$ จึงไม่เป็นสัจนิรันดร์

ข้อ (ข) ทั้ง $\neg(p * q)$ และ $p * (\neg q)$ สมมูลกับ q ส่วนข้อ (ค) ลดรูปด้านขวาได้ $(p \vee \neg p) \wedge \neg q \equiv \neg q$ จึงสมมูลกับ $p * q$

ตอบ (ก) ไม่ถูกต้อง (ข) ถูกต้อง (ค) ถูกต้อง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 4 **วิธีคิด** จากทฤษฎีบทเศษเหลือ $p(3) = 18$ จึงมี $27 + 9(k-1) - k^3 = 18$ หรือ

$$k(k-3)(k+3) = 0$$

เมื่อ $k < 0$ ได้ $k = -3$ ดังนั้น $p(x) = x^3 - 4x^2 + 27$ เศษเมื่อหารด้วย $2x + 1$ คือ

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8} - 1 + 27 = \frac{207}{8}$$

ตอบ $\frac{207}{8}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 5 **วิธีคิด** ทุกค่าของ f อยู่ใน $B \subseteq \{-1, 0, 1\}$ จึงมีค่าที่เป็นบวกได้เพียง 1 ข้อ (ก) ถูกต้อง
เนื่องจาก $-1 < 1$ แต่ $f(-1) = 1 > -1 = f(1)$ จึงไม่เป็นฟังก์ชันเพิ่ม ข้อ (ข) ไม่ถูกต้อง
โดเมนมี 4 สมาชิก แต่ B มีไม่เกิน 3 สมาชิก f จึงไม่เป็นหนึ่งต่อหนึ่ง และไม่มีฟังก์ชันผกผันจาก B ไป A
ข้อ (ค) ไม่ถูกต้อง

ตอบ (ก) ถูกต้อง (ข) ไม่ถูกต้อง (ค) ไม่ถูกต้อง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 6 **วิธีคิด** ใช้สมบัติของลอการิทึมและสูตรเปลี่ยนฐาน ได้

$$\log_{\frac{1}{5}} 5 = -1, \qquad \frac{\log 64}{\log 2} = \log_2 64 = 6$$

จึงมี $6^a = -1 + 4(6) = 23$ ดังนั้น $a = \log_6 23$

ตอบ $\log_6 23$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 7 **วิธีคิด** จากความเท่ากันของระยะ ได้

$$a^2 + \left(b + \frac{5}{4}\right)^2 = \left(b + \frac{3}{4}\right)^2 \quad \Longrightarrow \quad a^2 = -b - 1$$

แทนในสมการวงรีแล้วจัดรูป ได้

$$\frac{-b-1}{2} + \frac{b^2}{3} = 1 \quad \Longrightarrow \quad (b-3)(2b+3) = 0$$

ค่า $b = 3$ ทำให้ $a^2 = -4 < 0$ จึงใช้ไม่ได้ ส่วน $b = -\frac{3}{2}$ ให้ $a^2 = \frac{1}{2}$ และแทนในสมการระยะเดิมได้จริง

ตอบ $-\frac{3}{2}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 8 **วิธีคิด** ใช้กฎของโคไซน์ในสามเหลี่ยม BCD ได้

$$BD^2 = 30^2 + 50^2 - 2(30)(50)\cos 120^\circ = 4900$$

จึงมี $BD = 70$ หน่วย ส่วนสามเหลี่ยม BAD เป็นสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีมุมยอด 60° มุมที่ฐานทั้งสองจึงเท่ากับ 60° ด้วย ทำให้เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังนั้น $AB = BD = 70$ หน่วย

ตอบ 70 หน่วย

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 9 **วิธีคิด** ให้ $\alpha = \arccos\frac{5}{13}$ และ $\beta = \arcsin\frac{3}{5}$ ค่าหลักของทั้งสองมุมอยู่ในจตุภาคที่ 1 จึงได้ $\sin\alpha = \frac{12}{13}$ และ $\cos\beta = \frac{4}{5}$

$$\begin{aligned}\tan(\alpha+\beta) &= \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta} \\ &= \frac{12(4)+5(3)}{5(4)-12(3)} = -\frac{63}{16}\end{aligned}$$

ตัวส่วนเท่ากับ $-\frac{16}{65} \neq 0$ จึงใช้สูตรนี้ได้

ตอบ $-\frac{63}{16}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 10 **วิธีคิด** มี $\det B = -2 \neq 0$ จึงหา B^{-1} ได้ ใช้สมบัติ

$$\det(B^{-1}A) = \frac{\det A}{\det B} = \frac{3x}{-2} = -6$$

แก้สมการได้ $x = 4$

ตอบ 4

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 11 **วิธีคิด** คำนวณผลคูณเชิงเวกเตอร์ ได้

$$\vec{u}\times\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = (1,-8,-5)$$

เงื่อนไขตั้งฉากให้ $(1,-8,-5)\cdot(4,3,a) = 0$ หรือ $4-24-5a = 0$ จึงได้ $a = -4$

ตอบ -4

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard

ข้อ 12 **วิธีคิด** จากทิศทางขอบของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและพิกัดที่กำหนด ได้ $A = (0,1,0)$ และ $E = (0,2,2)$ จึงมี

$$\overrightarrow{CA} = (-1,-1,0), \qquad \overrightarrow{CE} = (-1,0,2)$$

เมื่อ θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ทั้งสอง

$$\cos\theta = \frac{\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CE}}{|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CE}|} = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

ดังนั้น $\sec\theta = \sqrt{10}$

ตอบ $\sqrt{10}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 13 **วิธีคิด** รากที่สามทั้งสามมีขนาด 1 และมีอาร์กิวเมนต์ $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$ ตามลำดับ ส่วนจริงของ u/v คือโคไซน์ของผลต่างอาร์กิวเมนต์

$\arg v$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$
$\mathrm{Re}(u/v)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

จึงมีเพียงรากที่อาร์กิวเมนต์ $\frac{3\pi}{2}$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข ทำให้ $v = -i$ และส่วนจริงเท่ากับ 0

ตอบ 0

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 14 **วิธีคิด** เขียน $z = x + iy$ จะได้

$$|z-i|^2 + |z+i|^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2 < 4$$

จึงมี $A = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1\}$ สำหรับ $w \in A$ ได้ $|\mathrm{Re}(w)| \le |w| < 1$ และ $|\overline{w}| = |w| < 1$ ส่วน $|w^2| = |w|^2 < 1$ เช่นกัน ดังนั้นทั้งสามข้อความถูกต้อง

ตอบ (ก) ถูกต้อง (ข) ถูกต้อง (ค) ถูกต้อง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard

ข้อ 15 **วิธีคิด** แต่ละคนถือเป็นคนที่แตกต่างกัน เขียนจำนวนคนของแต่ละกลุ่มในห้องเล็ก ห้องกลาง ห้องใหญ่ ตามลำดับ พิจารณาจำนวนคนที่เป็นไปได้ครบทุกกรณี ดังตาราง

กลุ่มที่หนึ่ง	กลุ่มที่สอง	จำนวนวิธี
$(0,0,6)$	$(0,3,0)$	1
$(0,0,6)$	$(1,2,0)$	3
$(0,0,6)$	$(2,1,0)$	3
$(1,0,5)$	$(0,3,0)$	6
$(2,0,4)$	$(0,3,0)$	15
$(2,4,0)$	$(0,0,3)$	15

ตัวอย่างเช่น กรณี $(2,0,4)$ กับ $(0,3,0)$ เลือกคนกลุ่มแรกเข้าห้องเล็กได้ $\binom{6}{2}=15$ วิธี ที่เหลือถูกกำหนดแล้ว รวมทุกกรณีได้ $1+3+3+6+15+15=43$ วิธี

ตอบ 43 วิธี

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 16 **วิธีคิด** ให้ E_A, E_B แทนเหตุการณ์ที่เครื่อง A, B เสีย ตามลำดับ มี

$$P(E_A \cap E_B) = P(E_A) + P(E_B) - P(E_A \cup E_B) = 0.11 + 0.15 - 0.18 = 0.08$$

อย่างน้อยหนึ่งเครื่องไม่เสียเป็นเหตุการณ์ตรงข้ามกับการเสียทั้งสองเครื่อง ความน่าจะเป็นที่ต้องการจึงเท่ากับ $1 - 0.08 = 0.92 = \dfrac{23}{25}$

ตอบ $\dfrac{23}{25}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 17 **วิธีคิด** ให้ S_N เป็นผลบวก N พจน์แรก เมื่อเขียนพจน์แล้วหักล้างกัน ได้

$$\begin{aligned} S_N &= \left(1-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{N}-\frac{1}{N+2}\right) \\ &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{N+1} - \frac{1}{N+2} \end{aligned}$$

เมื่อ $N \to \infty$ พจน์สองพจน์ท้ายเข้าใกล้ศูนย์ จึงมี $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{3}{2}$

ตอบ $\dfrac{3}{2}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 18 **วิธีคิด** ให้ M_n เป็นจำนวนไม้ขีดไฟที่ใช้สร้างบันได n ชั้น มีสี่เหลี่ยมจัตุรัส $\frac{n(n+1)}{2}$ รูป และด้านร่วม $n(n-1)$ ด้าน จึงได้

$$M_n = 4\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) - n(n-1) = n(n+3)$$

เมื่อ $n=30$ ใช้ $30(33)=990$ ก้าน แต่ $n=31$ ใช้ $31(34)=1054$ ก้าน ซึ่งเกินจำนวนที่มี และ M_n เพิ่มตาม n จึงสร้างได้มากที่สุด 30 ชั้น

ตอบ 30 ชั้น

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 19 **วิธีคิด** ยอดปลายสัญญาแรกเท่ากับ $200{,}000(1.02)^2$ บาท ส่วนสัญญาใหม่คิดดอกเบี้ยงวดละ $\frac{3\%}{2} = 1.5\%$ รวม 2 งวด ยอดเงินที่ต้องชำระจึงเท่ากับ

$$200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$$

ซึ่งเท่ากับ $\frac{107184609}{500} = 214{,}369.218$ บาท

ตอบ $200{,}000(1.02)^2(1.015)^2$ บาท

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 20 **วิธีคิด** ที่ $x \to 1$ กราฟทั้งสองเข้าใกล้ 4 และ 2 ตามลำดับ จึงมีลิมิตของผลคูณเท่ากับ 8 ข้อ (ก) เป็นเท็จ โดยค่าจุดทึบที่ $x=1$ ไม่ใช่ค่าที่ใช้หาลิมิต

ที่ $x \to -1$ ผลบวกทางซ้ายเข้าใกล้ $0+0=0$ และทางขวาเข้าใกล้ $2+(-2)=0$ จึงมีลิมิตของผลบวกเท่ากับ 0 ข้อ (ข) เป็นจริง แม้ลิมิตของแต่ละฟังก์ชันที่จุดนี้ไม่มี

เมื่อ $2 < x \leq 4$ กราฟให้ $f(x)=5-x$ และ $g(x)=2x-5$ จึงมี $(f+g)(x)=x$ ซึ่งต่อเนื่องบน $(2,4]$ ข้อ (ค) เป็นจริง ที่ $x=2$ ผลบวกมีค่า -1 แต่จุดนี้ไม่อยู่ในช่วงที่ถาม

ตอบ (ก) เท็จ (ข) จริง (ค) จริง

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 21 **วิธีคิด** จากจุดยอดและจุดตัดแกน ได้ $f(x)=x(4-x)$ จึงมี $f\prime(x)=4-2x$ ส่วนเส้นตรงมีสมการ $g(x)=1-\frac{x}{2}$ และ $h(x)=4-2x$ ดังนั้น $f\prime=h$

ปริพันธ์ของ h บน $[0,2]$ เป็นพื้นที่สามเหลี่ยมเหนือแกน x ส่วนของ g บน $[2,4]$ เป็นลบของพื้นที่สามเหลี่ยมใต้แกน x จึงได้

$$\int_0^2 h(x)\,dx=\frac{1}{2}(2)(4)=4, \qquad \int_2^4 g(x)\,dx=-\frac{1}{2}(2)(1)=-1$$

สมการ $4=k(-1)$ ให้ $k=-4$

ตอบ (ก) $f\prime=h$ (ข) $k=-4$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 22 **วิธีคิด** เขียน $p(x)=(x^2-1)(ax^2+ux+v)$ จากค่าที่ 0 ได้ $v=2$ และจากอนุพันธ์ที่ 0 ได้ $u=4$ ให้ $q(x)=ax^2+4x+2$

ถ้า q มีรากจริงซ้ำ จะได้ $16-8a=0$ หรือ $a=2$ และ $q(x)=2(x+1)^2$ ทำให้มีรากต่างกันเพียง $-1,1$ ใช้ไม่ได้

เพื่อให้มีรากต่างกัน 3 ค่า q ต้องมีสองรากจริงต่างกัน และมีรากหนึ่งซ้ำกับ 1 หรือ -1 กรณี $q(1)=0$ ให้ $a=-6$ ส่วน $q(-1)=0$ ให้ $a=2$ ซึ่งใช้ไม่ได้ดังที่ตรวจแล้ว

$$q(x)=-6x^2+4x+2=-2(x-1)(3x+1)$$

จึงได้ $S=\left\{-1,-\frac{1}{3},1\right\}$ ผลบวกเท่ากับ $-\frac{1}{3}$

ตอบ $-\frac{1}{3}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

ข้อ 23 **วิธีคิด** ความถี่สูงสุดคือ 48 คน ที่คะแนน 60 จึงมีฐานนิยม 60 คะแนน ข้อ (ก) เป็นจริง ความถี่สะสมเป็นดังนี้

คะแนน	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
สะสม	2	12	60	100	124	144	164	180	190	196	200

ตำแหน่ง Q_1, Q_2, Q_3 คือ $50.25, 100.5, 150.75$ ตามลำดับ จึงได้ $Q_1 = 60$, $Q_2 = \dfrac{65+70}{2} = 67.5$ และ $Q_3 = 80$ ข้อ (ข) เป็นเท็จ

ขอบล่างและขอบบนของค่านอกเกณฑ์คือ $60 - 1.5(20) = 30$ และ $80 + 1.5(20) = 110$ คะแนนต่ำสุด 50 อยู่ระหว่างขอบทั้งสอง จึงไม่เป็นค่านอกเกณฑ์ ข้อ (ค) เป็นเท็จ

ตอบ (ก) จริง (ข) เท็จ (ค) เท็จ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 24 **วิธีคิด** มีผู้ป่วยชาย 48 คน และหญิง 72 คน ค่าเฉลี่ยรวมจึงเท่ากับ

$$\frac{48(70)+72(55)}{120} = 61$$

ซึ่งไม่เท่ากับ $\dfrac{125}{2} = 62.5$ ข้อ (ก) เป็นเท็จ

จากแผนภาพ พิสัยระหว่างควอไทล์ของชายเท่ากับ $77-63 = 14$ ปี ของหญิงเท่ากับ $65-45 = 20$ ปี ข้อ (ข) เป็นจริง

ควอไทล์ที่ 3 ของหญิงคือ 65 ปี ซึ่งน้อยกว่า 68 ปี จึงมีผู้ป่วยหญิงอย่างน้อย $\dfrac{3}{4}(72) = 54$ คน ที่อายุต่ำกว่า 68 ปี เฉพาะกลุ่มนี้ก็เกิน 51 คนแล้ว ข้อ (ค) เป็นเท็จ

ตอบ (ก) เท็จ (ข) จริง (ค) เท็จ

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 25 **วิธีคิด** ให้ X เป็นจำนวนผู้มีอาการแพ้ จะได้ $X \sim B(500, 0.0002)$ ต้องการหา

$$\begin{aligned} P(X \leq 1) &= P(X=0) + P(X=1) \\ &= (0.9998)^{500} + 500(0.0002)(0.9998)^{499} \\ &= 1.0998(0.9998)^{499} \end{aligned}$$

ตอบ $1.0998(0.9998)^{499}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 26 **วิธีคิด** มี $n(A\cup B)=100-9=91$ และ

$$n(A)+n(B)=n(A\cup B)+n(A\cap B)=91+35=126$$

ดังนั้น $n(B)=126-n(A)\le 126-61=65$ ค่าสูงสุดนี้เกิดขึ้นได้จริง โดยส่วนที่อยู่เฉพาะใน A มี 26 สมาชิก เฉพาะใน B มี 30 สมาชิก ส่วนร่วมมี 35 สมาชิก และนอกยูเนียนมี 9 สมาชิก

ตอบ 65

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 27 **วิธีคิด** เลือกสีส่วน A ได้ 6 วิธี ส่วน B ต้องต่างจาก A จึงเลือกได้ 5 วิธี ส่วน C ต้องต่างจากทั้ง A และ B ซึ่งใช้คนละสี จึงเลือกได้ 4 วิธี ส่วน D ต้องต่างจาก A และ C จึงเลือกได้ 4 วิธีเช่นกัน ส่วน B และ D ไม่มีขอบร่วมกัน จึงใช้สีเดียวกันได้ ตามหลักการคูณ จำนวนวิธีทั้งหมดคือ $6(5)(4)(4)=480$ วิธี

ตอบ 480 วิธี

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 28 **วิธีคิด** ให้ $Z=\dfrac{X-a}{b}$ เป็นตัวแปรสุ่มปกติมาตรฐาน โดย $b>0$ เงื่อนไขที่ให้และตารางแสดงว่า

$$\frac{8.86-a}{b}=-0.5,\qquad \frac{8.90-a}{b}=0.5$$

จึงได้ $8.86=a-0.5b$ และ $8.90=a+0.5b$ บวกสมการได้ $a=8.88$ ลบสมการได้ $b=0.04$ ดังนั้น $a+2b=8.88+0.08=8.96$ กิโลกรัม

ตอบ 8.96 กิโลกรัม

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 29 **วิธีคิด** วงกลมมีศูนย์กลาง $(1,2)$ รัศมี 1 เส้น L ไม่ใช่เส้นตั้ง จึงเขียนเป็น $y=mx$ ได้ ระยะจากศูนย์กลางถึงเส้นสัมผัสต้องเท่ากับรัศมี

$$\frac{|m-2|}{\sqrt{m^2+1}}=1 \quad\Longrightarrow\quad (m-2)^2=m^2+1$$

ได้ $3-4m=0$ หรือ $m=\dfrac{3}{4}$ เมื่อแทนกลับในสมการระยะเดิมได้ 1 จึงสอดคล้องกับเงื่อนไข

ตอบ $\dfrac{3}{4}$

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

ข้อ 30 **วิธีคิด** ให้ t_1, t_2 เป็นเวลาที่ใช้ในครั้งที่หนึ่งและครั้งที่สอง ตามลำดับ เมื่อ $p(t_1) = 50$ ได้

$$2^{-t_1/20} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \qquad \Longrightarrow \qquad t_1 = 20$$

เมื่อ $p(t_2) = 87.5$ ได้

$$2^{-t_2/20} = \frac{1}{8} = 2^{-3} \qquad \Longrightarrow \qquad t_2 = 60$$

ทั้งสองครั้งเริ่มที่ 0% จึงมีเวลาต่างกัน $t_2 - t_1 = 40$ นาที

ตอบ 40 นาที

กลับไปข้อสอบ | เฉลยคำตอบ

MathStandard
MathStandard
MathStandard

หัวข้อสำหรับทบทวน

ข้อ	หัวข้อ
1	ค่าสัมบูรณ์ เซต และตัวบ่งปริมาณ
2	ค่าความจริงภายใต้เงื่อนไข
3	ตัวดำเนินการ สัจนิรันดร์ และความสมมูล
4	ทฤษฎีบทเศษเหลือและเงื่อนไขของพารามิเตอร์
5	ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันเพิ่ม และฟังก์ชันผกผัน
6	สูตรเปลี่ยนฐานลอการิทึม
7	วงรีและเงื่อนไขระยะจากจุดถึงเส้นตรง
8	กฎของโคไซน์และสามเหลี่ยมด้านเท่า
9	ฟังก์ชันตรีโกณมิติผกผันและสูตรผลบวกของมุม
10	ดีเทอร์มิแนนต์ของผลคูณและเมทริกซ์ผกผัน
11	ผลคูณเชิงเวกเตอร์และการตั้งฉาก
12	มุมระหว่างเวกเตอร์ในทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก
13	รากของจำนวนเชิงซ้อนและส่วนจริงของผลหาร
14	บริเวณในระนาบเชิงซ้อนและสมบัติโมดูลัส
15	การแบ่งคนเข้าห้องภายใต้เงื่อนไขความจุ
16	ส่วนเติมเต็มของเหตุการณ์และหลักบวกลบรวม
17	อนุกรมอนันต์แบบหักล้าง
18	แบบรูปบันไดและลำดับกำลังสอง
19	ดอกเบี้ยทบต้นต่างช่วงเวลา
20	ลิมิต ผลบวกของฟังก์ชัน และความต่อเนื่องจากกราฟ
21	อนุพันธ์ของพาราโบลาและปริพันธ์ที่มีเครื่องหมาย
22	พหุนาม การหารลงตัว และรากจริงที่แตกต่างกัน
23	ฐานนิยม ควอไทล์ และค่านอกเกณฑ์
24	แผนภาพกล่องและค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก
25	การแจกแจงทวินามและโอกาสเกิดเหตุการณ์จำนวนน้อย
26	จำนวนสมาชิกของเซตและค่าสูงสุด
27	การระบายสีและหลักการคูณ
28	การแจกแจงปกติและคะแนนมาตรฐาน
29	เส้นสัมผัสวงกลมและระยะจากจุดถึงเส้นตรง
30	สมการเอกซ์โพเนนเชียลในแบบจำลองการชาร์จ