



MathStandard

ตัวอย่างข้อสอบเก่า

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

สำหรับเตรียมสอบ MWIT และโครงการ วมว. รอบ 1

ชุดอ้างอิง 04

เรียบเรียงใหม่

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

คำชี้แจง

ชุดอ้างอิง 04 | ฉบับ 1.0

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

เอกสารนี้เรียบเรียงใหม่จากแนวโจทย์ที่มีที่มาจากบันทึกการสอบและผ่านการปรับถ้อยคำ ข้อมูล และสถานการณ์แล้ว จึงไม่ใช่สำเนาข้อสอบต้นฉบับ และไม่ใช่นิยามข้อความหรือคำตอบของข้อสอบทางการ

จัดทำโดย MathStandard

- ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบ จำนวน 28 ข้อให้อ่านเงื่อนไขและแสดงวิธีทำในพื้นที่ว่าง
- คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วนหรือกรณฑ์ในรูปอย่างง่าย เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น พร้อมระบุหน่วยเมื่อจำเป็น
- รูปประกอบใช้แสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่จำเป็นต้องเขียนตามมาตราส่วน ให้ยึดข้อมูลที่กำหนดในโจทย์
- ข้อ 27–28 ใช้ข้อมูลรหัสบิตและแถบสีที่แสดงไว้ก่อนข้อ 27

เอกสารฉบับนี้ประกอบด้วยข้อสอบ เฉลยคำตอบ และวิธีทำ โดยเรียงตามลำดับดังนี้

- ข้อสอบ หน้า 2–17
- เฉลยคำตอบ หน้า 18
- วิธีทำ หน้า 19–31

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียนและโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

ข้อ 1 ระบบกำหนดขนาดชุดอุปกรณ์ใช้จำนวนเต็มบวก n ซึ่งมี ห.ร.ม. กับ 42 เท่ากับ 6 และมี ค.ร.น. กับ 42 เท่ากับ 210 กำหนดให้ U เป็น ห.ร.ม. ของ $3n, 54, 72$ และ V เป็น ค.ร.น. ของ $n, 28$ จงหาค่า $U + V$

ตอบ _____

ข้อ 2 เจ้าหน้าที่ซึ่งกล่องตัวอย่าง 4 กล่อง โดยเลือกซึ่งครั้งละ 3 กล่องครบทุกวิธี ได้มวลรวม 52, 58, 65, 71 กิโลกรัม มวลของแต่ละกล่องเป็นจำนวนเต็มบวก จงหามวลของกล่องที่เบาที่สุด

ตอบ _____

ข้อ 3 เวลาที่เครื่องจักรใช้ผลิตชิ้นงาน 8 ชิ้น เรียงจากน้อยไปมากเป็น

$$8, 11, a, 17, 20, 23, 25, b$$

หน่วยเป็นนาที ถ้า $b = 3a$ และพิสัยของเวลาชุดนี้เท่ากับ 34 นาที จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ตอบ _____

ข้อ 4 เกมตัวประกอบกำหนดให้เขียนจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน 4 จำนวนลงบนบัตร โดยผลคูณของทั้งสี่จำนวนเท่ากับ 420 คะแนนของผู้เล่นเท่ากับค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวนบนบัตร จงหาคะแนนที่มากที่สุด

ตอบ _____

ข้อ 5 เครื่องคำนวณจำลองรับจำนวนเต็มบวก a, b แล้วให้ผลลัพธ์ตามนิยาม

$$a \star b = 4a + \frac{b}{a}$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้ แล้วตอบจำนวนข้อความที่เป็นจริง

- (i) $a \star b = b \star a$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a, b ทุกคู่
- (ii) มีจำนวนเต็มบวก a, b ที่ทำให้ $a \star b = 6$
- (iii) มีจำนวนเต็มบวก a, b ที่ทำให้ $a \star b \neq 8$

ตอบ _____

ข้อ 6 กำหนดผลคูณ P ดังนี้

$$P = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \left(\frac{1}{3} + 1\right) \left(\frac{1}{4} - 1\right) \left(\frac{1}{5} + 1\right) \cdots \left(\frac{1}{24} - 1\right) \left(\frac{1}{25} + 1\right)$$

ตัวส่วนเรียงครบทุกจำนวนเต็มตั้งแต่ 2 ถึง 25 โดยตัวส่วนคู่ใช้เครื่องหมายลบ และตัวส่วนคี่ใช้เครื่องหมายบวก จงหาค่า P

ตอบ _____

ข้อ 7 นักออกแบบวาดแนวเส้นตรงที่แตกต่างกัน 14 เส้นบนระนาบ โดยเลือกตำแหน่งและทิศทางได้อย่างอิสระ จงหาจำนวนจุดตัดที่แตกต่างกันมากที่สุดที่เกิดขึ้นได้

ตอบ _____

ข้อ 8 ป้ายขึ้นงานสองใบใช้รหัสจำนวนเต็มบวกสี่หลัก X และ Y โดย $Y = 6X$ รหัส X ลงท้ายด้วย 5 เลขโดดหลักหน่วยของ Y ตรงกับหลักสิบของ X และเลขโดดหลักสิบของ Y ตรงกับหลักร้อยของ X จงหาผลบวกเลขโดดทั้งสี่หลักของ X

ตอบ _____

ข้อ 9 กำหนดการดำเนินการ $\diamond$ บนจำนวนจริง โดย

$$(x + y) \diamond (y - x) = x^2 + y^2$$

สำหรับจำนวนจริง x, y ทุกคู่ จงหาค่า $\sqrt{17 \diamond 7}$

ตอบ _____

ข้อ 10 ชุดทดลองวิทยาศาสตร์หนึ่งชุดมีค่าวัสดุ 216 บาท ซึ่งคิดเป็น 60% ของต้นทุนทั้งหมด หากผู้ผลิตต้องการกำไร 25% ของต้นทุนทั้งหมด ต้องกำหนดราคาขายชุดละกี่บาท

ตอบ _____

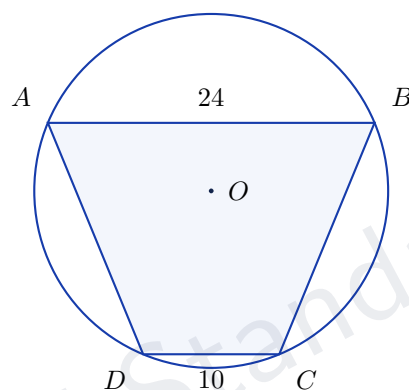
ข้อ 11 กำหนดให้

$$T = (\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{6} - \sqrt{7}) \\ \times (\sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{7})$$

จงหาค่า $\frac{|T|}{8}$

ตอบ _____

ข้อ 12 กระจกทรงกลมรัศมี 13 เซนติเมตรมีกรอบสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ แนบอยู่ภายใน โดย $AB \parallel CD$, $AB = 24$ และ $CD = 10$ เซนติเมตร ฐานทั้งสองอยู่คนละด้านของจุดศูนย์กลาง O ดังรูป ถ้าความยาวรอบกรอบเป็น $a + b\sqrt{2}$ เซนติเมตร โดย a, b เป็นจำนวนเต็มบวก จงหาค่า $a + b$



ตอบ _____

ข้อ 13 ศูนย์กิจกรรมแบ่งบัตรเป็นส่วนสำรองกับส่วนที่เตรียมใช้ในอัตราส่วน 5 : 7 ต่อมาต้องนำบัตรสำรอง $\frac{1}{4}$ ของส่วนสำรองเดิมมาใช้เพิ่ม โดยจำนวนบัตรทั้งหมดไม่เปลี่ยน ถ้าอัตราส่วนบัตรสำรองที่เหลือต่อบัตรที่เตรียมใช้ทั้งหมดเป็น 5 : (7 + k) จงหาค่า k

ตอบ _____

ข้อ 14 ระบบตรวจสอบคู่รหัสรับเฉพาะคู่ลำดับ (a, b) ของจำนวนเต็มบวกที่ทำให้

$$20a = b^2a + 3b^2 + 2b$$

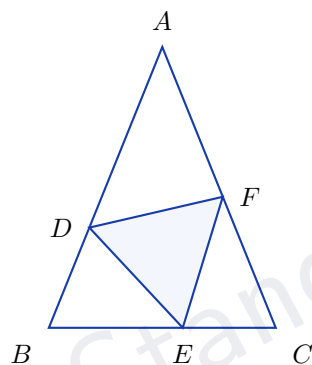
จงหาจำนวนคู่ลำดับที่ระบบยอมรับทั้งหมด

ตอบ _____

ข้อ 15 แผ่นป้ายรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมีพื้นที่เท่ากัน ความสูงของสามเหลี่ยมเป็น 3 เท่าของความสูงคางหมู และฐานสามเหลี่ยมยาว 14 เซนติเมตร ถ้าด้านที่ไม่ขนานกันของคางหมูมีความยาวรวม 26 เซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูปคางหมู

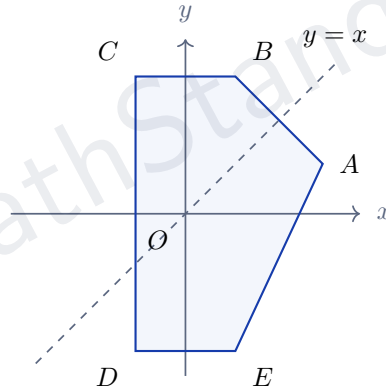
ตอบ _____

ข้อ 16 แบบโครงตกแต่งประกอบด้วยสามเหลี่ยมหน้าจั่ว ABC ซึ่ง $AB = AC$ และสามเหลี่ยมด้านเท่า DEF โดย D, E, F อยู่ภายในด้าน AB, BC, CA ตามลำดับ ถ้า $\angle ADF + \angle CFE = 94^\circ$ จงหาขนาดของ $\angle BED$



ตอบ _____

ข้อ 17 นักออกแบบสร้างตรารูปห้าเหลี่ยมจากจุด $A = (u, v)$ โดย u, v เป็นจำนวนเต็มบวกและ $v < u$ สะท้อน A ผ่านเส้น $y = x$ ได้ B สะท้อน B ผ่านแกน y ได้ C สะท้อน C ผ่านแกน x ได้ D แล้วสะท้อน D ผ่านแกน y ได้ E ถ้าพื้นที่ $ABCDE$ เท่ากับ 253 ตารางหน่วย จงหาค่า $u + v$



ตอบ _____

ข้อ 18 การแข่งขันตอบปัญหามีทีม P, Q, R, S แข่งแบบพบกันหมดทีละหนึ่งครั้งกับทุกทีม ชนะได้ 6 คะแนน เสมอได้ทีละ 3 คะแนน และแพ้ได้ 0 คะแนน เมื่อจบการแข่งขันมีเพียงคู่ P กับ Q ที่เสมอกัน ทีม S ได้คะแนนรวมน้อยที่สุด และทุกทีมมีคะแนนรวมต่างกัน จงหาคะแนนรวมของทีม R

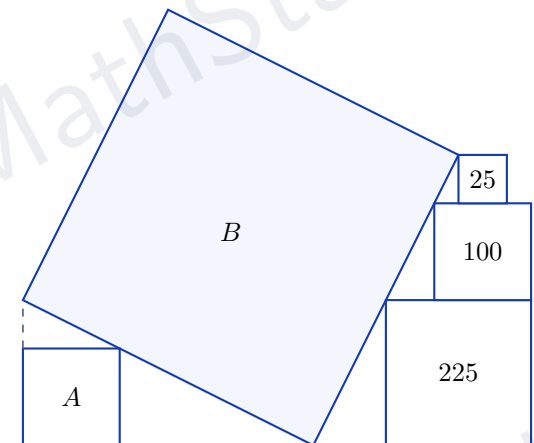
ตอบ _____

ข้อ 19 การแข่งขันเกมกระดานมีผู้สมัคร 73 คน ใช้ระบบแพ้คัดออกจนเหลือผู้ชนะหนึ่งคน แต่ละเกมมีผู้เล่นสองคนและไม่มีผลเสมอ อนุญาตให้บางคนผ่านรอบโดยไม่ต้องแข่งขัน โดยไม่มีเกมชิงอันดับอื่น หากค่าอุปกรณ์สำหรับแต่ละเกมเท่ากับ 45 บาท จงหาค่าอุปกรณ์รวม

ตอบ _____

ข้อ 20 แบบงานกระเบื้องประกอบด้วยสี่เหลี่ยมจัตุรัสห้ารูป มีพื้นที่ 25, 100, 225, A , B ตารางเซนติเมตร รูปด้านขวาวางซ้อนเป็นขั้นบันได โดยมุมซ้ายบนทั้งสามอยู่บนด้านเดียวกันของรูป B รูปพื้นที่ 100 และ 225 มีด้านขวาวางบนเส้นตั้งเดียวกัน

มุมขวาบนของรูป A อยู่บนด้านล่างซ้ายของรูป B ด้านล่างของรูป A กับรูปพื้นที่ 225 และมุมล่างสุดของรูป B อยู่บนเส้นแนวนอนเดียวกัน ด้านซ้ายของรูป A อยู่ในแนวตั้งเดียวกับมุมซ้ายสุดของรูป B จงหาพื้นที่ A

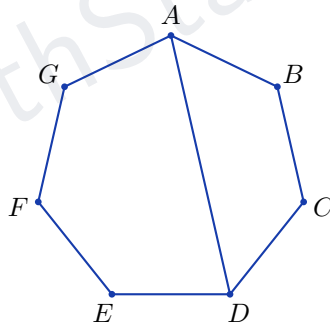


ตอบ _____

ข้อ 21 เครื่องข่ายสถานีตรวจวัด 7 แห่งมีสายสัญญาณเชื่อมระหว่างสถานีดังรูป โดยมีสายทั้งหมดดังนี้

$AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA, AD$

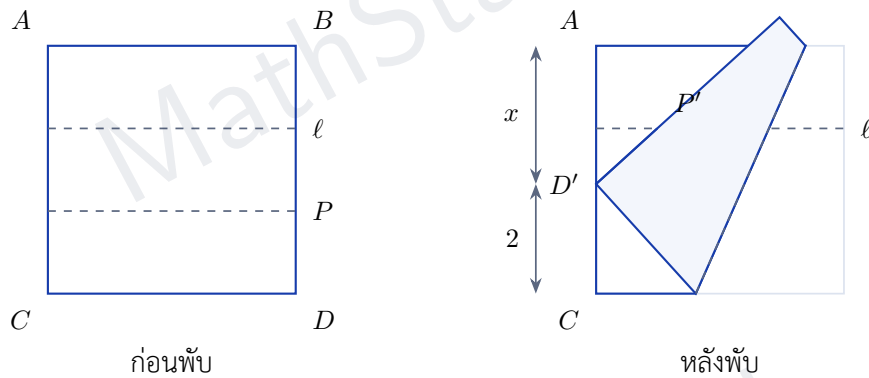
ต้องถอดสายออก 2 เส้น โดยยังส่งสัญญาณจากทุกสถานีไปถึงสถานีอื่นได้ผ่านสายที่เหลือ จงหาจำนวนวิธีเลือกคู่สายที่จะถอด โดยไม่คำนึงถึงลำดับ



ตอบ _____

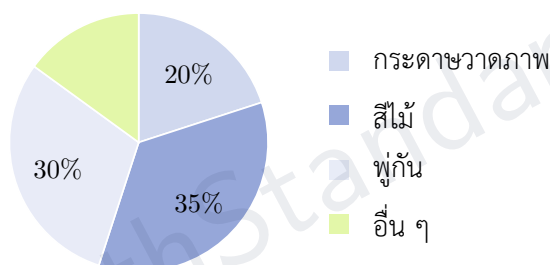
ข้อ 22 นักเรียนออกแบบรอยพับบนแผ่นสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยกำหนดมุม A, B, C, D เป็นมุมซ้ายบน ขวาบน ซ้ายล่าง และขวาล่างตามลำดับ จุด P อยู่บน BD สูงจากฐาน CD เป็น $\frac{1}{3}$ ของด้านแผ่นกระดาษ และเส้น ℓ ขนานกับ CD อยู่สูงจากฐานเป็น $\frac{2}{3}$ ของด้าน

พับเพียงครั้งเดียวให้ D ไปทับจุด D' บน AC และ P ไปทับจุด P' บน ℓ พร้อมกัน ถ้า $CD' = 2$ หน่วย และ $AD' = x$ หน่วย จงหาค่า x^6



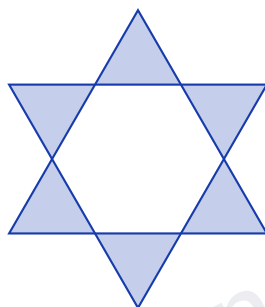
ตอบ _____

ข้อ 23 ร้านอุปกรณ์ศิลปะสรุปสัดส่วนรายรับจากสินค้าแต่ละกลุ่มดังแผนภูมิ ถ้ารายรับจากกระดาดภาพเท่ากับ 2400 บาท จงหาว่ารายรับจากสีไม้มากกว่ารายรับจากกระดาดภาพกี่บาท



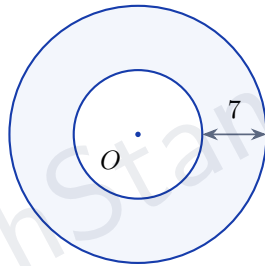
ตอบ _____

ข้อ 24 แผ่นตกแต่งสองแผ่นเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดเท่ากัน วางให้จุดศูนย์กลางตรงกัน โดยแผ่นหนึ่งเป็นภาพหมุน 180° ของอีกแผ่น เกิดเป็นรูปดาวหกแฉกดังรูป ส่วนแรเงาเป็นบริเวณที่มีแผ่นตกแต่งเพียงชั้นเดียว มีพื้นที่รวม 144 ตารางเซนติเมตร จงหาผลบวกพื้นที่ของแผ่นตกแต่งทั้งสองแผ่น



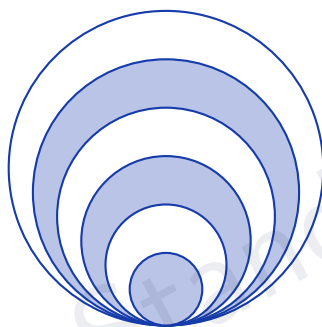
ตอบ _____

ข้อ 25 ลู่วิ่งจำลองสองแนวเป็นวงกลมร่วมศูนย์กลาง ระยะห่างระหว่างลู่อตามแนวรัศมีเท่ากับ 7 เมตร จงหาผลต่างของความยาวลู่อทั้งสอง โดยตอบในรูปที่มี π



ตอบ _____

ข้อ 26 ลวดลายประกอบด้วยวงกลมทวนซ้อนอยู่ภายในกัน และสัมผัสกันที่จุดล่างร่วมจุดเดียว รัศมีเรียงจากเล็กไปใหญ่เป็น 3, 5, 7, 9, 11, 13 หน่วย แรเงาวงเล็กที่สุด รวมทั้งบริเวณระหว่างวงรัศมี 5 กับ 7 และระหว่างวงรัศมี 9 กับ 11 ดังรูป ถ้าอัตราส่วนพื้นที่แรเงาต่อพื้นที่วงใหญ่ที่สุดเป็น $\frac{a}{b}$ ในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ จงหาค่า $b - a$



ตอบ _____

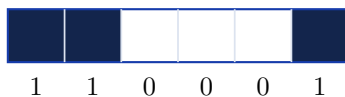
ข้อมูลประกอบข้อ 27–28

รหัสบิตและแถบสี

บิตมีค่าเป็น 0 หรือ 1 รหัสบิตคือการเรียงค่าดังกล่าวต่อกัน ความยาวของรหัสเท่ากับจำนวนตำแหน่ง ในแบบจำลองนี้ตำแหน่งแรกเป็น 0 ได้ และอ่านรหัสจากซ้ายไปขวา

เมื่อแสดงรหัสเป็นแถบสี ให้ช่องสีดำแทน 1 และช่องสีขาวแทน 0 แต่ละช่องกว้างหนึ่งหน่วยย่อย ช่องสีเดียวกันที่ติดกันรวมเป็นแถบต่อเนื่องหนึ่งแถบ ความกว้างของแต่ละแถบจึงเป็นจำนวนเต็มบวก และแถบที่ติดกันมีสีต่างกัน

ตัวอย่าง รหัส 110001 ยาว 6 ตำแหน่ง ประกอบด้วยแถบดำกว้าง 2 หน่วย แถบขาวกว้าง 3 หน่วย และแถบดำกว้าง 1 หน่วย



ใช้เฉพาะเงื่อนไขที่ระบุในแต่ละข้อในการนับรหัส โดยไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม

ข้อ 27 อุปกรณ์บันทึกสถานะใช้รหัสบิตยาว 10 ตำแหน่ง รหัสที่ยอมรับต้องลงท้ายด้วย 101 และมีเลข 1 อย่างน้อย 4 ตำแหน่ง โดยอนุญาตให้ตำแหน่งแรกเป็น 0 จงหาจำนวนรหัสที่ยอมรับทั้งหมด

ตอบ _____

ข้อ 28 ป้ายรหัสทดลองมีความกว้างรวม 12 หน่วยย่อย ประกอบด้วยแถบต่อเนื่องสีดำ 3 แถบ และสีขาว 3 แถบ สีของแถบที่ติดกันต้องต่างกัน และแต่ละแถบกว้างเป็นจำนวนเต็มบวก เริ่มจากสีใดก็ได้ อ่านจากซ้ายไปขวา และถือว่ารหัสต่างกันเมื่อสีในตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งต่างกัน จงหาจำนวนป้ายรหัสที่เป็นไปได้ทั้งหมด



ตัวอย่างการแบ่งเป็นแถบต่อเนื่อง 6 แถบ

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดอ้างอิง 04 | ฉบับ 1.0

ข้อสอบหน้า 2-17

กตหมายเลขข้อหรือคำตอบในตารางเพื่อไปยังวิธีทำ

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	438	11	13	21	19
2	11	12	60	22	256
3	20	13	4	23	1800
4	19	14	3	24	432
5	2	15	68	25	14π
6	$\frac{13}{25}$	16	47	26	96
7	91	17	15	27	120
8	9	18	12	28	924
9	13	19	3240		
10	450	20	100		

ข้อ 1 ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

วิธีทำ ผลคูณของจำนวนเต็มบวกสองจำนวนเท่ากับผลคูณของ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนั้น จึงได้

$$42n = 6 \times 210 \Rightarrow n = 30$$

ดังนั้น $U = \gcd(90, 54, 72) = 18$ และ $V = \text{lcm}(30, 28) = 420$ จึงได้ $U + V = 18 + 420 = 438$

ตอบ 438

ข้อ 2 ผลบวกจากการเลือกสามจำนวน

วิธีทำ ให้มวลรวมของทั้งสี่กล่องเป็น S เมื่อรวมผลการชั่งทั้งสี่ครั้ง แต่ละกล่องถูกนับสามครั้ง

$$3S = 52 + 58 + 65 + 71 = 246 \Rightarrow S = 82$$

ผลการชั่งที่มากที่สุดเกิดจากการweighกล่องที่เบาที่สุด จึงได้มวลที่ต้องการเท่ากับ $82 - 71 = 11$

ตอบ 11 กิโลกรัม

ข้อ 3 พิสัยและค่าเฉลี่ยเลขคณิต

วิธีทำ พิสัยเท่ากับค่าสูงสุดลบค่าต่ำสุด จึงได้ $b - 8 = 34$ หรือ $b = 42$ จาก $b = 3a$ ได้ $a = 14$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็น

$$\frac{8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 25 + 42}{8} = \frac{160}{8} = 20$$

ตอบ 20 นาที

ข้อ 4 ผลบวกสูงสุดภายใต้เงื่อนไขผลคูณ

วิธีทำ เรียงจำนวนบนบัพตรเป็น $a < b < c < d$ ถ้า $a \geq 4$ จะได้ $abcd \geq 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 840$ จึงมีเพียง $a = 1, 2, 3$ สำหรับแต่ละค่า เลือกตัวประกอบ $b < c < d$ ซึ่งมีผลคูณ $420/a$ ได้ค่าสูงสุดดังตาราง

a	(b, c, d) ที่ให้ผลบวกสูงสุด	$a + b + c + d$
1	(2, 3, 70)	76
2	(3, 5, 14)	24
3	(4, 5, 7)	19

จึงได้คะแนนสูงสุดเท่ากับ $76/4 = 19$

ตอบ 19

ข้อ 5 ตรวจสอบข้อความจากนิยาม

วิธีทำ ข้อความ (i) เป็นเท็จ เพราะ $1 \star 2 = 6$ แต่ $2 \star 1 = 17/2$

ข้อความ (ii) เป็นจริง โดยเลือก $a = 1, b = 2$ จะได้ $1 \star 2 = 6$

ข้อความ (iii) เป็นจริง โดยเลือก $a = b = 1$ จะได้ $1 \star 1 = 5 \neq 8$

จึงมีข้อความที่เป็นจริง 2 ข้อความ

ตอบ 2 ข้อความ

ข้อ 6 ผลคูณที่ตัดทอนกัน

วิธีทำ จัดพจน์ติดกันเป็นคู่ สำหรับ $k = 1, 2, \dots, 12$ ได้

$$\left(\frac{1}{2k} - 1\right) \left(\frac{1}{2k+1} + 1\right) = -\frac{2k-1}{2k+1} \cdot \frac{k+1}{k}$$

มีเครื่องหมายลบ 12 ตัว จึงได้ผลคูณเป็นบวก แล้วตัดทอนเป็น

$$P = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 23}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdots 25} \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdots 13}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots 12} = \frac{1}{25} \cdot 13 = \frac{13}{25}$$

ตอบ $\frac{13}{25}$

ข้อ 7 จำนวนจุดตัดของเส้นตรง

วิธีทำ เส้นตรงแต่ละคู่มีจุดตัดได้ไม่เกินหนึ่งจุด จำนวนคู่ของเส้นตรงจึงเป็นขอบเขตบนของจำนวนจุดตัด

$$\binom{14}{2} = \frac{14 \cdot 13}{2} = 91$$

จำนวนนี้เกิดขึ้นได้เมื่อไม่มีเส้นคู่ใดขนานกัน และไม่มีเส้นตรงสามเส้นผ่านจุดเดียวกัน

ตอบ 91 จุด

ข้อ 8 เลขโดดและการทด

วิธีทำ จาก $6 \times 5 = 30$ หลักหน่วยของ Y เป็น 0 ดังนั้นหลักสิบของ X เป็น 0 และทด 3 ถัดมา $6 \times 0 + 3 = 3$ จึงได้หลักสิบของ Y และหลักร้อยของ X เป็น 3

ดังนั้น X อยู่ในรูป $\overline{a305}$ โดย $a \geq 1$ แต่ $Y = 6X$ ยังเป็นจำนวนสี่หลัก จึงต้องมี $X \leq 1666$ ทำให้ $a = 1$ ตรวจได้ $X = 1305$ และ $Y = 7830$ ผลบวกเลขโดดเป็น $1 + 3 + 0 + 5 = 9$

ตอบ 9

ข้อ 9 แปลงข้อมูลในนิยามการดำเนินการ

วิธีทำ กำหนด $x + y = 17$ และ $y - x = 7$ บวกสมการได้ $2y = 24$ จึงมี $y = 12$ และ $x = 5$ จากนิยาม $17 \diamond 7 = 5^2 + 12^2 = 169$ ดังนั้น $\sqrt{17 \diamond 7} = 13$

ตอบ 13

ข้อ 10 ราคาขายและร้อยละของต้นทุน

วิธีทำ ต้นทุนทั้งหมดเท่ากับ $216 \div 0.60 = 360$ บาท กำไรที่ต้องการเท่ากับ $0.25 \times 360 = 90$ บาท ดังนั้น ราคาขายเท่ากับ $360 + 90 = 450$ บาท

ตอบ 450 บาท

ข้อ 11 ผลต่างกำลังสองของกรณฑ์

วิธีทำ ใช้ผลต่างกำลังสองกับแต่ละคู่ ได้

$$\begin{aligned} T &= [5 - (\sqrt{6} + \sqrt{7})^2] [5 - (\sqrt{6} - \sqrt{7})^2] \\ &= (-8 - 2\sqrt{42})(-8 + 2\sqrt{42}) \\ &= 64 - 168 = -104 \end{aligned}$$

ดังนั้น $|T|/8 = 104/8 = 13$

ตอบ 13

ข้อ 12 คอร์ดและรอบรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

วิธีทำ เส้นจากจุดศูนย์กลางที่ตั้งฉากกับคอร์ดแบ่งครึ่งคอร์ด ระยะจาก O ถึงฐานยาว 24 และ 10 เซนติเมตร จึงเป็น

$$\sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \quad \text{และ} \quad \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

ความสูงของคางหมูเท่ากับ $5 + 12 = 17$ และผลต่างของครึ่งฐานเป็น $12 - 5 = 7$ ด้านเอียงแต่ละด้านยาว $\sqrt{17^2 + 7^2} = 13\sqrt{2}$ รอบรูปจึงเท่ากับ $24 + 10 + 2(13\sqrt{2}) = 34 + 26\sqrt{2}$ ทำให้ $a + b = 60$

ตอบ 60

ข้อ 13 อัตราส่วนหลังโอนปริมาณ

วิธีทำ ให้ส่วนสำรองกับส่วนใช้งานเดิมเป็น $5t$ และ $7t$ ตามลำดับ หลังโอนบัตร อัตราส่วนใหม่เป็น

$$\left(5t - \frac{5}{4}t\right) : \left(7t + \frac{5}{4}t\right) = \frac{15}{4}t : \frac{33}{4}t = 5 : 11$$

จึงได้ $7 + k = 11$ หรือ $k = 4$

ตอบ 4

ข้อ 14 คำตอบจำนวนเต็มบวก

วิธีทำ จัดรูปเป็น $a(20 - b^2) = 3b^2 + 2b$ ด้านขวาเป็นบวกและ $a > 0$ จึงมี $b^2 < 20$ หรือ $b = 1, 2, 3, 4$ แทนค่าใน

$$a = \frac{3b^2 + 2b}{20 - b^2}$$

ได้ค่า a ตามลำดับเป็น $5/19, 1, 3, 14$ คู่ลำดับจำนวนเต็มบวกจึงเป็น $(1, 2), (3, 3), (14, 4)$ รวม 3 คู่

ตอบ 3 คู่

ข้อ 15 เปรียบเทียบพื้นที่จากความสูง

วิธีทำ ให้ความสูงคางหมูเป็น $h > 0$ และผลบวกความยาวฐานคู่ขนานเป็น s จากพื้นที่เท่ากันได้

$$\frac{1}{2}(14)(3h) = \frac{1}{2}sh \Rightarrow s = 42$$

ดังนั้นรอบรูปคางหมูเท่ากับผลบวกฐานกับผลบวกด้านเอียง คือ $42 + 26 = 68$ เซนติเมตร

ตอบ 68 เซนติเมตร

ข้อ 16 มุมในรูปสามเหลี่ยมซ้อนกัน

วิธีทำ ให้ $\angle BED = x$ และมุมที่ฐานของ ABC แต่ละมุมเท่ากับ β ในสามเหลี่ยม BDE ได้ $\angle BDE = 180^\circ - \beta - x$ เพราะ A, D, B อยู่บนเส้นตรงเดียวกันและ $\angle EDF = 60^\circ$ จึงได้

$$\angle ADF = \beta + x - 60^\circ$$

ที่จุด E มี $\angle FEC = 180^\circ - x - 60^\circ = 120^\circ - x$ ในสามเหลี่ยม CEF จึงได้ $\angle CFE = 60^\circ - \beta + x$ ดังนั้นผลบวกมุมที่กำหนดเท่ากับ $2x = 94^\circ$ ทำให้ $x = 47^\circ$

ตอบ 47 องศา

ข้อ 17 การสะท้อนและพื้นที่บนระนาบ

วิธีทำ จากการสะท้อนได้ $B = (v, u)$, $C = (-v, u)$, $D = (-v, -u)$ และ $E = (v, -u)$ แบ่งรูปเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้า $BCDE$ กับสามเหลี่ยม ABE จึงมีพื้นที่

$$(2v)(2u) + \frac{1}{2}(2u)(u - v) = u(u + 3v) = 253$$

เนื่องจาก $253 = 11 \times 23$ และ $u < u + 3v$ คู่ตัวประกอบบวกที่เป็นไปได้คือ $(1, 253)$ กับ $(11, 23)$ คู่แรกให้ $v = 84$ ซึ่งขัดกับ $v < u$ คู่หลังให้ $u = 11, v = 4$ ดังนั้น $u + v = 15$

ตอบ 15

ข้อ 18 วิเคราะห์คะแนนการแข่งขัน

วิธีทำ หากคะแนนทุกทีมด้วย 3 จะได้ชนะ 2 คะแนนและเสมอ 1 คะแนน ทีม P, Q มีคะแนนเป็นจำนวนคี่ในชุด $\{1, 3, 5\}$ ส่วน R, S มีคะแนนเป็นจำนวนคู่

ถ้า R แพ้ S ทีม S มีอย่างน้อย 2 คะแนน จึงบังคับให้ P, Q ได้ 3, 5 คะแนน คะแนนรวมทั้งการแข่งขันเป็น $6 \times 2 = 12$ จึงเหลือ $R + S = 4$ แต่จำนวนคู่ที่ต่างกันและ $2 \leq S < R$ ต้องมีผลรวมอย่างน้อย 6 ซึ่งเป็นไปไม่ได้ ดังนั้น R ชนะ S

หาก R แพ้ทั้ง P, Q จะได้ $R = 2$ และต้องมี $S = 0$ ทำให้ $P = Q = 5$ ขัดกับเงื่อนไข หาก R ชนะทั้ง P, Q จะได้ $R = 6$ และคะแนนคี่ของ P, Q ต้องเป็น 1, 3 จึงได้ $S = 2$ ซึ่งไม่ใช่คะแนนน้อยที่สุด เหลือกรณี R ชนะหนึ่งทีมและแพ้หนึ่งทีมในคู่ P, Q ทำให้ $R = 4$ เมื่อกลับไปใช้เกณฑ์เดิมจึงได้ $4 \times 3 = 12$ คะแนน

ตอบ 12 คะแนน

ข้อ 19 จำนวนรอบที่ทำให้เหลือผู้ชนะ

วิธีทำ แต่ละเกมทำให้มีผู้ถูกคัดออกหนึ่งคน เมื่อต้องเหลือผู้ชนะหนึ่งคนจึงต้องคัดออก $73 - 1 = 72$ คน การผ่านรอบโดยไม่แข่งขันไม่ทำให้มีผู้ถูกคัดออก จึงไม่เพิ่มจำนวนเกม ค่าอุปกรณ์รวมเท่ากับ $72 \times 45 = 3240$ บาท

ตอบ 3240 บาท

ข้อ 20 สี่เหลี่ยมจัตุรัสที่วางสัมผัสกัน

วิธีทำ ด้านของรูปพื้นที่ 25, 100, 225 ยาว 5, 10, 15 เซนติเมตร ตามลำดับ ให้มุมล่างสุดของรูป B เป็นจุดกำเนิด ใช้แกน x ตามแนวฐานและแกน y ตามแนวตั้ง ระหว่างมุมซ้ายบนของรูปพื้นที่ 225 กับ 100 มีระยะทางขวา 5 และขึ้น 10 ด้านขวาล่างของรูป B จึงมีความชัน 2 และผ่านจุดกำเนิด

มุมบนสุดของด้านนี้อยู่สูง $15 + 10 + 5 = 30$ จึงมีพิกัด $(15, 30)$ หมุนเวกเตอร์ $(15, 30)$ ไป 90° ทวนเข็มนาฬิกา ได้มุมซ้ายสุดของรูป B เป็น $(-30, 15)$ ด้านล่างซ้ายจึงอยู่บนเส้น $y = -x/2$

ให้ด้านรูป A ยาว t มุมขวาบนของรูปนี้มีพิกัด $(-30 + t, t)$ และอยู่บนเส้นดังกล่าว จึงได้

$$t = -\frac{-30 + t}{2} \Rightarrow 3t = 30 \Rightarrow t = 10$$

ดังนั้นพื้นที่ $A = t^2 = 100$ ตารางเซนติเมตร

ตอบ 100 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 21 การตัดเส้นเชื่อมในเครือข่าย

วิธีทำ แบ่งการเลือกสายเป็นสองกรณี

กรณีที่ 1 ถอดสาย AD ต้องถอดสายบนวงรอบอีกหนึ่งเส้น เลือกได้ 7 วิธี วงรอบที่ขาดไปหนึ่งเส้นยังเชื่อมสถานะนี้ทุกแห่ง

กรณีที่ 2 เก็บสาย AD ไว้ เส้นทางรอบนอกระหว่าง A, D มีสองสายทาง คือ $ABCD$ ซึ่งมี 3 เส้น และ $AGFED$ ซึ่งมี 4 เส้น ต้องถอดหนึ่งเส้นจากแต่ละสายทาง จึงได้ $3 \times 4 = 12$ วิธี หากถอดสองเส้นจากสายทางเดียวกัน จะมีสถานะช่วงระหว่างรอยตัดถูกแยกออก

รวมจำนวนวิธีเป็น $7 + 12 = 19$

ตอบ 19 วิธี

ข้อ 22 การพับและความสัมพันธ์กำลังสาม

วิธีทำ ให้ด้านสี่เหลี่ยมยาว $s = x + 2$ กำหนด $C = (0, 0)$, $D = (s, 0)$ และ $D' = (0, 2)$ รอยพับคือเส้นตั้งฉากแบ่งครึ่ง DD' จึงมีสมการ

$$sX - 2Y = \frac{s^2 - 4}{2}$$

โดย (X, Y) เป็นพิกัดทั่วไปบนรอยพับ ให้ $P' = (z, 2s/3)$ ขณะที่ $P = (s, s/3)$ เส้น PP' ตั้งฉากกับรอยพับ เช่นเดียวกับ DD' จึงขนานกับ DD' และมีความชัน $-2/s$

$$\frac{2s/3 - s/3}{z - s} = -\frac{2}{s} \Rightarrow z = s - \frac{s^2}{6}$$

จุดกึ่งกลางของ PP' คือ $((s+z)/2, s/2)$ อยู่บนรอยพับ แทนค่าได้

$$s \frac{s+z}{2} - s = \frac{s^2 - 4}{2} \Rightarrow sz = 2s - 4$$

นำ $z = s - s^2/6$ มาแทน จะได้

$$s^3 - 6s^2 + 12s - 24 = 0 \Rightarrow (s - 2)^3 = 16$$

ดังนั้น $x^3 = 16$ และ $x^6 = 16^2 = 256$

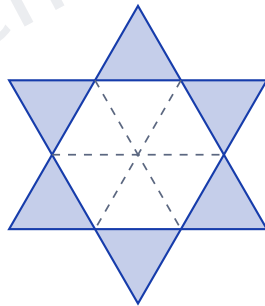
ตอบ 256

ข้อ 23 อ่านสัดส่วนจากแผนภูมิวงกลม

วิธีทำ กระดาษวาดภาพคิดเป็น 20% และสีไม้คิดเป็น 35% ของรายรับรวม รายรับรวมจึงเท่ากับ $2400 \div 0.20 = 12000$ บาท ส่วนต่างของรายรับเป็น $(0.35 - 0.20) \times 12000 = 1800$ บาท

ตอบ 1800 บาท

ข้อ 24 พื้นที่จากรูปสามเหลี่ยมที่ซ้อนกัน



วิธีทำ แบ่งสามเหลี่ยมแต่ละแผ่นด้วยเส้นขนานด้านออกเป็นสามเหลี่ยมด้านเท่าขนาดเล็กที่เท่ากัน 9 รูป บริเวณปลายดาวทั้งหกเป็นสามเหลี่ยมเล็ก 6 รูป จึงมีพื้นที่รูปละ $144/6 = 24$ ตารางเซนติเมตร ผลบวกพื้นที่ของแผ่นทั้งสองนับสามเหลี่ยมเล็ก $9 + 9 = 18$ รูป จึงเป็น $18 \times 24 = 432$ ตารางเซนติเมตร

ตอบ 432 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 25 ผลต่างความยาวเส้นรอบวง

วิธีทำ ให้รัศมีวงในเป็น r เมตร รัศมีวงนอกจึงเป็น $r + 7$ เมตร ผลต่างของความยาวเส้นรอบวงคือ

$$2\pi(r + 7) - 2\pi r = 14\pi$$

ตอบ 14π เมตร

ข้อ 26 พื้นที่แฉะระหว่างวงกลม

วิธีทำ พื้นที่แฉะเท่ากับ

$$\pi(3^2) + \pi(7^2 - 5^2) + \pi(11^2 - 9^2) = \pi(9 + 24 + 40) = 73\pi$$

พื้นที่วงใหญ่ที่สุดเท่ากับ $13^2\pi = 169\pi$ จึงได้อัตราส่วน $73/169$ เนื่องจาก 73 กับ 169 ไม่มีตัวประกอบร่วมที่มากกว่า 1 จึงมี $a = 73, b = 169$ ดังนั้น $b - a = 96$

ตอบ 96

ข้อ 27 นับรหัสบิตที่มีส่วนท้ายกำหนด

วิธีทำ ส่วนท้าย 101 มีเลข 1 อยู่แล้วสองตำแหน่ง จึงต้องเลือกส่วนหน้าอีก 7 ตำแหน่งให้มีเลข 1 อย่างน้อยสองตำแหน่ง ส่วนหน้าทั้งหมดมี $2^7 = 128$ แบบหักกรณีไม่มีเลข 1 ซึ่งมี 1 แบบ และกรณีมีเลข 1 เพียงตำแหน่งเดียวซึ่งมี 7 แบบ จึงเหลือ $128 - 1 - 7 = 120$ แบบ

ตอบ 120 รหัส

ข้อ 28 แบ่งความกว้างแถบสี

วิธีทำ มีแถบต่อเนื่องทั้งหมด 6 แถบ การแบ่งความกว้าง 12 หน่วยออกเป็น 6 ส่วนบวก ทำได้โดยเลือกช่องว่าง 5 ช่องจากช่องว่างภายใน 11 ช่องเพื่อวางเส้นแบ่ง

$$\binom{11}{5} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 462$$

แต่ละการแบ่งเริ่มด้วยสีดำหรือสีขาวได้ 2 วิธี จากนั้นสีที่เหลือถูกกำหนดโดยการสลับสี จึงมีป้ายรหัส $2 \times 462 = 924$ แบบ

ตอบ 924 แบบ