



MathStandard

ตัวอย่างข้อสอบเก่า

เตรียมความพร้อมเข้า ม.4

สำหรับเตรียมสอบ MWIT และโครงการ วมว. รอบ 1

ชุดอ้างอิง 01

เรียบเรียงใหม่

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

คำชี้แจง

ชุดอ้างอิง 01 | ฉบับปรับปรุง 2.2

เอกสารแจกฟรีเพื่อการศึกษา

เอกสารนี้เรียบเรียงใหม่จากแนวโจทย์ที่มีที่มาจากบันทึกการสอบและผ่านการปรับถ้อยคำ ข้อมูล และสถานการณ์แล้ว จึงไม่ใช่สำเนาข้อสอบต้นฉบับ และไม่ใช่นิยามข้อความหรือคำตอบของข้อสอบทางการ

จัดทำโดย MathStandard

- ข้อสอบเป็นแบบเติมคำตอบ จำนวน 27 ข้อ ให้อ่านเงื่อนไขและแสดงวิธีทำในพื้นที่ว่าง
- คำตอบที่ไม่เป็นจำนวนเต็มให้เขียนเป็นเศษส่วนหรือกรณฑ์ในรูปอย่างง่าย เว้นแต่โจทย์กำหนดเป็นอย่างอื่น พร้อมระบุหน่วยเมื่อจำเป็น
- รูปประกอบใช้แสดงความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ ไม่จำเป็นต้องเขียนตามมาตราส่วน ให้ยึดข้อมูลที่กำหนดในโจทย์
- ข้อ 23–27 ใช้นิยามระยะทางร่วมกันซึ่งแสดงไว้ก่อนข้อ 23

เอกสารฉบับนี้ประกอบด้วยข้อสอบ เฉลยคำตอบ และวิธีทำ โดยเรียงตามลำดับดังนี้

- ข้อสอบ หน้า 2–15
- เฉลยคำตอบ หน้า 16
- วิธีทำ หน้า 17–26

เอกสารนี้จัดทำโดย MathStandard เพื่อประกอบการเตรียมสอบ ชื่อโรงเรียนและโครงการที่ปรากฏใช้เพื่อระบุการสอบเป้าหมายเท่านั้น เอกสารนี้ไม่ใช่ข้อสอบทางการ และไม่ได้จัดทำร่วมกับหรือได้รับการรับรองจากหน่วยงานเจ้าของการสอบ

ข้อ 1 เครื่องส่งสัญญาณใช้สัญลักษณ์ทั้งห้า A, B, C, D, E สร้างรหัสยาว 6 ตำแหน่ง กำหนดให้ทุกช่วงที่มีสามตำแหน่งติดกัน ต้องใช้สัญลักษณ์ต่างกันทั้งสามตัว รหัสอ่านจากซ้ายไปขวาและสามารถใช้สัญลักษณ์ซ้ำในตำแหน่งอื่นได้ จงหาจำนวนรหัสที่สร้างได้

ตอบ _____

ข้อ 2 ให้ g เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุดซึ่งหารทั้ง $\sqrt{900}$ และ 42 ลงตัว จงหาจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดซึ่งเป็นพหุคูณร่วมของ g^3 และ 360

ตอบ _____

ข้อ 3 ผู้จัดการกิจกรรมเตรียมคูโปงประเภทบุคคลและประเภทกลุ่มในอัตราส่วน 7 : 5 ต่อมา มีการยกเลิกคูโปงประเภทละ 18 ใบ ทำให้อัตราส่วนจำนวนคูโปงประเภทบุคคลต่อประเภทกลุ่ม ที่เหลือเป็น 5 : 3 ก่อนการยกเลิกมีคูโปงทั้งสองประเภทรวมกันกี่ใบ

ตอบ _____

ข้อ 4 ระบบกำหนดจำนวนสำหรับตรวจสอบข้อมูลเป็นลำดับ $u_0, u_1, u_2, \dots$ โดย $u_0 = 1$, $u_1 = 4$ และ

$$u_n = 3u_{n-1} + u_{n-2} \quad (n \geq 2)$$

รหัสตรวจสอบตัวที่ n คือเศษจากการหาร u_n ด้วย 7 จงหารหัสตรวจสอบตัวที่ 12

ตอบ _____

ข้อ 5 ตู้จัดแสดงรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีความกว้าง 10 เซนติเมตร ความยาว 15 เซนติเมตร และความสูง 6 เซนติเมตร ผู้ออกแบบปรับความกว้างเพิ่มขึ้น 20% ความยาวลดลง 20% และความสูงเพิ่มขึ้น 50% ถ้าพิจารณาพื้นที่ผิวครบทั้งหกหน้า พื้นที่ผิวของตู้แบบใหม่เพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์จากแบบเดิม

ตอบ _____

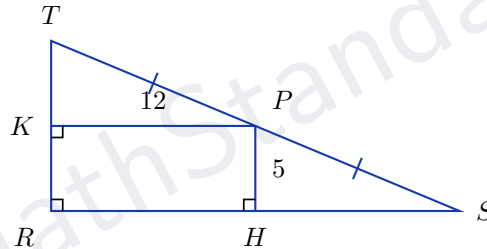
ข้อ 6 กำหนดฟังก์ชัน

$$f(n) = \sqrt{150 - \sqrt{n}}$$

สำหรับจำนวนเต็มไม่ลบ n ที่ทำให้ค่าภายในกรณฑ์ไม่เป็นลบ จงหาจำนวนค่า n ทั้งหมดที่ทำให้ $f(n)$ เป็นจำนวนเฉพาะ

ตอบ _____

ข้อ 7 แผ่นป้ายรูปสามเหลี่ยม RST มีมุม R เป็นมุมฉาก และ P เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน ST ลาก $PH \perp RS$ และ $PK \perp RT$ โดย H อยู่บน RS และ K อยู่บน RT ถ้า $PH = 5$ เซนติเมตร และ $PK = 12$ เซนติเมตร จงหาความยาวด้าน ST



ตอบ _____

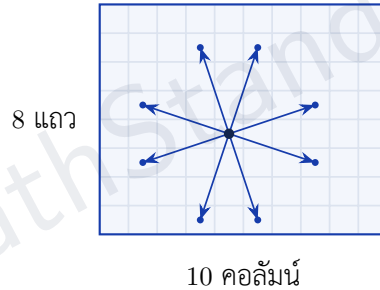
ข้อ 8 เมื่อจัดรูป

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} - \frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}$$

ให้อยู่ในรูป $a\sqrt{3} + b\sqrt{5} + c\sqrt{15}$ โดย a, b, c เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่า $2a + b - 3c$

ตอบ _____

ข้อ 9 หุ่นยนต์ทดลองวางได้ที่กึ่งกลางช่องของตาราง 8 แถว 10 คอลัมน์ การเคลื่อนที่หนึ่งครั้งเปลี่ยนตำแหน่งไป 3 ช่องในแนวหนึ่งและ 1 ช่องในแนวตั้งฉาก จึงมีตำแหน่งปลายทางที่เป็นไปได้ 8 ทิศดังรูป มีกี่ช่องเริ่มต้นที่ทำให้ตำแหน่งปลายทางทั้งแปดอยู่ภายในตารางทั้งหมด



ตอบ _____

ข้อ 10 อัตราค่าเช่าชาตั่งกล้องและชุดไฟสำหรับหนึ่งวันเป็น 900 บาท และ 1500 บาท ตามลำดับ ร้านลดค่าเช่าชาตั่งกล้อง 20% และลดค่าเช่าชุดไฟอีกจำนวนหนึ่ง เมื่อลูกค้าเช่าทั้งสองรายการจ่ายรวม 1770 บาทพอดี โดยไม่มีค่าใช้จ่ายอื่น ร้านลดค่าเช่าชุดไฟกี่เปอร์เซ็นต์

ตอบ _____

ข้อ 11 เจ้าหน้าที่บันทึกมวลของกล่องตัวอย่างและได้ค่าเฉลี่ย 18.6 กิโลกรัม ต่อมาพบข้อผิดพลาดสามรายการ ได้แก่ รายการแรกบันทึกมากกว่าค่าจริง 2.4 กิโลกรัม รายการที่สองบันทึกน้อยกว่าค่าจริง 1.2 กิโลกรัม และรายการที่สามมีมวลจริง 12.5 กิโลกรัม แต่บันทึกเป็น 17.3 กิโลกรัม เมื่อแก้ไขแล้วค่าเฉลี่ยเป็น 18.4 กิโลกรัม ถ้าค่าเฉลี่ยทั้งสองเป็นค่าที่แน่นอน จงหาจำนวนกล่องตัวอย่างทั้งหมด

ตอบ _____

ข้อ 12 ข้อมูลชุดที่หนึ่งคือ 12, 18, 24, 24, 32 ข้อมูลชุดที่สองคือ $a + 2, a - 4, b, b - 2, 50$ โดย $a + 4 < b < 50$ พิสัยของชุดที่สองมากกว่าพิสัยของชุดแรกอยู่ 8 และค่าเฉลี่ยของชุดที่สองมากกว่าฐานนิยมของชุดแรกอยู่ 8 จงหามัธยฐานของข้อมูลแปดจำนวนต่อไปนี้

$$a - 4, a + 2, b - 2, b, 27, 35, 40, 44$$

ตอบ _____

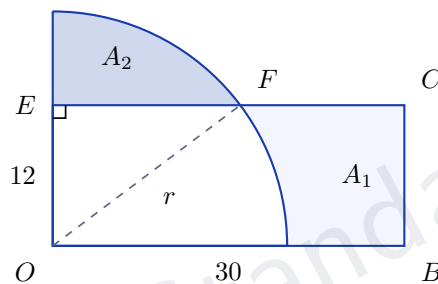
ข้อ 13 จอแสดงผลเขียนจำนวนคู่บวกต่อกัน โดยเขียนจำนวน $2n$ ซ้ำ n ครั้ง สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ จึงเริ่มต้นเป็น

2446668888 1010101010 ...

ไม่นับช่องว่างระหว่างข้อความ จงหาเลขโดดตำแหน่งที่ 2025 เมื่ออ่านจากซ้ายไปขวา

ตอบ _____

ข้อ 14 แบบแปลนประกอบด้วยสี่เหลี่ยมผืนผ้า $OBCE$ และภาควงกลมมุม 90° ที่มีจุดศูนย์กลาง O ดังรูป กำหนด $OB = 30$ เมตร $OE = 12$ เมตร ส่วนโค้งตัดด้าน EC ที่ F โดย $EF : OE = 4 : 3$ ให้ A_1 เป็นพื้นที่ส่วนของสี่เหลี่ยมที่อยู่นอกภาควงกลม และ A_2 เป็นพื้นที่ส่วนของภาควงกลมที่อยู่นอกสี่เหลี่ยม ถ้า $A_1 - A_2 = a - b\pi$ ตารางเมตร โดย a, b เป็นจำนวนเต็ม จงหาค่า $a + b$



ตอบ _____

ข้อ 15 กิจกรรมเพาะต้นไม้มือของเมล็ดพันธุ์ขนาด 1, 3, 4 และ 8 เมล็ดอย่างเพียงพอ ต้องการจัดหนึ่งชุดให้มีเมล็ดพันธุ์รวม 11 เมล็ดพอดี โดยไม่เปิดแบ่งซอง จงหาจำนวนวิธีจัดชุด เมื่อซองขนาดเดียวกันถือว่าเหมือนกัน และไม่คำนึงถึงลำดับการวางซอง

ตอบ _____

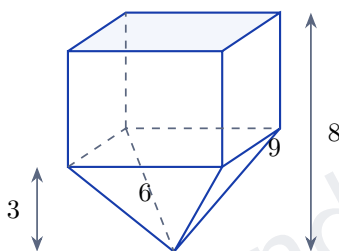
ข้อ 16 การแข่งขันหุ่นยนต์มี 5 ทีม แต่ละคู่แข่งขันกันหนึ่งครั้ง ทีมชนะได้ 4 คะแนน ทีมแพ้ได้ 0 คะแนน และหากเสมอแต่ละทีมได้ 1 คะแนน เมื่อแข่งขันครบทุกคู่ คะแนนของทีมเรียงจากน้อยไปมากเป็น 3, 3, 5, 6, 13 จงหาจำนวนคู่ที่แข่งขันเสมอกัน

ตอบ _____

ข้อ 17 แผนนิทรรศการมีหลอดไฟหมายเลข 1 ถึง 120 ซึ่งเปิดอยู่ทุกหลอด คำสั่งแรกสลับสถานะหลอดที่มีหมายเลขเป็นพหุคูณของ 6 คำสั่งที่สองสลับสถานะหลอดที่มีหมายเลขเป็นพหุคูณของ 10 การสลับแต่ละครั้งเปลี่ยนจากเปิดเป็นปิดหรือจากปิดเป็นเปิด เมื่อทำครบทั้งสองคำสั่ง จะมีหลอดไฟเปิดอยู่กี่หลอด

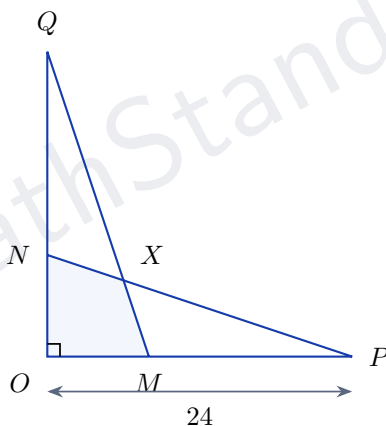
ตอบ _____

ข้อ 18 ถังเก็บวัสดุมีส่วนบนเป็นปริซึมฐานสี่เหลี่ยมผืนผ้าขนาด 6×9 เมตร และส่วนล่างเป็นพีระมิดที่ใช้ฐานเดียวกับหน้าตัดของปริซึม ถังสูงรวม 8 เมตร โดยส่วนพีระมิดสูง 3 เมตร ต้องขนวัสดุมาเติมคิดเป็น $\frac{2}{3}$ ของความจุถัง รถหนึ่งคันขนได้เที่ยวละ 5 ลูกบาศก์เมตร และทำได้ไม่เกินวันละ 3 เที่ยว ต้องใช้รถอย่างน้อยกี่คันเพื่อขนให้ครบภายในหนึ่งวัน



ตอบ _____

ข้อ 19 ในรูป $\angle POQ = 90^\circ$ จุด M อยู่บน OP และจุด N อยู่บน OQ โดย $\triangle QOM \cong \triangle PON$ ตามลำดับจุดที่เขียน กำหนด $OP = 24$ เซนติเมตร และ $OM = \frac{1}{3}OP$ ถ้า X เป็นจุดตัดของ QM กับ PN จงหาพื้นที่สี่เหลี่ยม $OMXN$



ตอบ _____

ข้อ 20 สร้างตารางจำนวนที่มีแถวและคอลัมน์ต่อไปได้ไม่สิ้นสุด เริ่มช่องซ้ายบนด้วย 7 ทุกแถวเพิ่มจากซ้ายไปขวาค้างละ 5 และทุกคอลัมน์เพิ่มจากบนลงล่างค้างละ 3 ตารางย่อยขนาด 2×2 ซึ่งมีค่าเรียงตามรูปเป้าหมายทางขวา ปรากฏได้ทั้งหมดกี่ตำแหน่ง โดยใช้ช่องติดกันและไม่หมุนหรือสะท้อนรูป

7	12	17	22	...
10	15	20	25	...
13	18	23	28	...
⋮	⋮	⋮	⋮	

รูปเป้าหมาย

82	87
85	90

ตอบ _____

ข้อ 21 กรอบแผ่นโลหะมีขอบนอกและช่องว่างด้านในเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีจุดศูนย์กลางร่วมกัน ด้านของสี่เหลี่ยมนอกและสี่เหลี่ยมในยาว a และ b เซนติเมตรตามลำดับ โดย $a > b > 0$ เป็นจำนวนเต็ม ถ้าพื้นที่เนื้อโลหะเท่ากับ 315 ตารางเซนติเมตร จงหาจำนวนคู่ (a, b) ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ตอบ _____

ข้อ 22 เติมจำนวนเต็มบวกเรียงจากซ้ายไปขวาในตารางแถวละ 10 จำนวน แล้วขึ้นแถวใหม่ เลือกห้าช่องเป็นรูปขั้นบันไดตามช่องสีในรูป โดยเลือกรูปได้แต่ไม่หมุนหรือสะท้อน และทุกช่องต้องอยู่ภายในตาราง ถ้าผลรวมของจำนวนในห้าช่องที่เลือกเท่ากับ 411 จงหาจำนวนที่มากที่สุดในการห้าช่องนั้น

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

ตอบ _____

ข้อมูลสำหรับข้อ 23–27

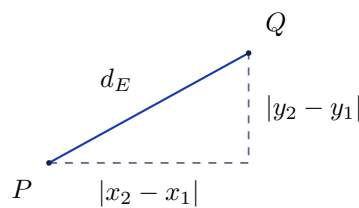
บนแผนผังพื้นที่ปฏิบัติงาน กำหนดให้หนึ่งหน่วยพิกัดแทนระยะ 1 เมตร สำหรับจุด $P = (x_1, y_1)$ และ $Q = (x_2, y_2)$ ใช้ระยะทางสองแบบต่อไปนี้

- ระยะทางแบบเส้นตรง ใช้สัญลักษณ์ d_E

$$d_E(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- ระยะทางสั้นที่สุดเมื่อเคลื่อนที่ได้เฉพาะตามแนวขนานกับแกนพิกัด ใช้สัญลักษณ์ d_G

$$d_G(P, Q) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$



ข้อ 23 จุฑารับวัสดุอยู่ที่ $A = (-1.5, 2.5)$ และจุดส่งอยู่ที่ $B = (4.5, 10.5)$ ระบบทดสอบเดินทางจาก A ไป B แบบเส้นตรง 4 เที้ยว และแบบตามแนวแกน 3 เที้ยว โดยไม่นับการเดินทางกลับ จงหาระยะทางรวมของการทดสอบทั้งเจ็ดเที้ยว

ตอบ _____

ข้อ 24 จุดปฏิบัติงานสองแห่งอยู่ที่ $A = (-4, 1)$ และ $B = (6, 8)$ ต้องการวางสถานีชาร์จที่จุด P เพื่อให้ $d_G(A, P) + d_G(B, P)$ มีค่าน้อยที่สุด หากเลือก P เป็นจุดใดก็ได้บนระนาบ จงหาพื้นที่ของบริเวณตำแหน่งสถานีทั้งหมดที่เป็นไปได้

ตอบ _____

ข้อ 25 พื้นที่ทดสอบกำหนดโดย $-11 \leq x \leq 9$ และ $-7 \leq y \leq 8$ มีจุดเริ่มต้น $A = (2, -3)$ และเลือกจุดปลายทาง $B = (x, y)$ ภายในพื้นที่นี้ ถ้าระยะทางสองแบบเท่ากัน คือ $d_E(A, B) = d_G(A, B)$ จงหาค่ามากที่สุดของระยะทางดังกล่าว

ตอบ _____

ข้อ 26 หุ่นยนต์เริ่มที่ $A = (3, -2)$ และต้องเดินทางตามแนวแกนไปยังจุดใดจุดหนึ่ง บนแนวรับส่งวัสดุซึ่งแทนด้วยเส้นตรง $2x + 3y = 18$ จงหาระยะทาง d_G ที่น้อยที่สุดที่หุ่นยนต์ต้องเดินทาง

ตอบ _____

ข้อ 27 จุฑรับวัสดุสามแห่งคือ $A = (-4, 7)$, $B = (2, 5)$ และ $C = (8, -1)$ ต้องเลือกจุดพัก P บนเส้นตรง $y = -x$ จงหาค่าน้อยที่สุดของ

$$d_G(P, A) + d_G(P, B) + d_G(P, C)$$

ตอบ _____

เฉลยคำตอบ

ชุดอ้างอิง 01 | ฉบับปรับปรุง 2.2

ข้อสอบหน้า 2-15

กตหมายเลขข้อหรือคำตอบในตารางเพื่อไปยังวิธีทำ

ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ	ข้อ	คำตอบ
1	1620	10	30%	19	48
2	1080	11	30	20	6
3	108	12	30	21	6
4	5	13	9	22	95
5	20%	14	460	23	82
6	5	15	11	24	70
7	26	16	5	25	13
8	10	17	96	26	6
9	8	18	15	27	27

ข้อ 1 การนับรหัสภายใต้เงื่อนไข

วิธีทำ ตำแหน่งแรกเลือกได้ 5 แบบ ตำแหน่งที่สองต้องต่างจากตำแหน่งแรก จึงเลือกได้ 4 แบบ ตั้งแต่ตำแหน่งที่สามเป็นต้นไป ต้องต่างจากสองตำแหน่งก่อนหน้า ซึ่งใช้สัญลักษณ์ต่างกันอยู่แล้ว จึงเหลือให้เลือกตำแหน่งละ 3 แบบ

$$5 \cdot 4 \cdot 3^4 = 1620$$

ตอบ 1620 รหัส

ข้อ 2 ห.ร.ม. และ ค.ร.น.

วิธีทำ จาก $\sqrt{900} = 30$ ได้ $g = \gcd(30, 42) = 6$ จึงมี $g^3 = 216$ แยกตัวประกอบเป็น

$$216 = 2^3 \cdot 3^3, \quad 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

ค.ร.น. ใช้กำลังสูงที่สุดของจำนวนเฉพาะแต่ละตัว ดังนั้น

$$\text{lcm}(216, 360) = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$$

ตอบ 1080

ข้อ 3 อัตราส่วนก่อนและหลังการเปลี่ยนแปลง

วิธีทำ ให้จำนวนคูปองเดิมเป็น $7k$ และ $5k$ ใบ หลังยกเลิกจะได้

$$\frac{7k - 18}{5k - 18} = \frac{5}{3} \implies 21k - 54 = 25k - 90$$

จึงมี $k = 9$ จำนวนคูปองเดิมรวมกันเท่ากับ

$$7k + 5k = 12(9) = 108$$

ตอบ 108 ใบ

ข้อ 4 เศษของลำดับเวียนเกิด

วิธีทำ ให้ r_n เป็นเศษจากการหาร u_n ด้วย 7 คำนวณ $3r_{n-1} + r_{n-2}$ แล้วหาเศษใหม่ในแต่ละขั้น ได้ตาราง

n	0	1	2	3	4	5	6
r_n	1	4	6	1	2	0	2
n	7	8	9	10	11	12	
r_n	6	6	3	1	6	5	

ดังนั้นเศษที่ต้องการคือ $r_{12} = 5$

ตอบ 5

ข้อ 5 ร้อยละของพื้นที่ผิว

วิธีทำ พื้นที่ผิวเดิมเท่ากับ

$$S_0 = 2(10 \cdot 15 + 10 \cdot 6 + 15 \cdot 6) = 600$$

ขนาดใหม่เป็น 12, 12, 9 เซนติเมตร จึงมีพื้นที่ผิว

$$S_1 = 2(12 \cdot 12 + 12 \cdot 9 + 12 \cdot 9) = 720$$

ร้อยละที่เพิ่มขึ้นคิดจากพื้นที่ผิวเดิม

$$\frac{720 - 600}{600} \cdot 100 = 20$$

ตอบ 20%

ข้อ 6 จำนวนเฉพาะกับกรณฑ์ซ้อน

วิธีทำ ให้ $f(n) = p$ โดย p เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้

$$\sqrt{n} = 150 - p^2 \geq 0, \quad n = (150 - p^2)^2$$

จึงต้องมี $p \leq \sqrt{150}$ จำนวนเฉพาะที่เป็นไปได้คือ

$$2, 3, 5, 7, 11$$

แต่ละค่าให้ n เป็นจำนวนเต็มไม่ลบต่างกันหนึ่งค่า จึงมีทั้งหมด 5 ค่า

ตอบ 5 ค่า

ข้อ 7 จุดกึ่งกลางและความยาวด้าน

วิธีทำ สี่เหลี่ยม $RHPK$ เป็นสี่เหลี่ยมมุมฉาก จึงมี $RH = PK = 12$ และ $RK = PH = 5$ เนื่องจาก P เป็นจุดกึ่งกลางของ ST และ $PH \parallel RT$ จึงได้ว่า H เป็นจุดกึ่งกลางของ RS ในทำนองเดียวกัน จาก $PK \parallel RS$ จะได้ว่า K เป็นจุดกึ่งกลางของ RT ดังนั้น

$$RS = 2RH = 24, \quad RT = 2RK = 10$$

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสในสามเหลี่ยม RST ได้

$$ST = \sqrt{RS^2 + RT^2} = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$$

ตอบ 26 เซนติเมตร

ข้อ 8 การจัดรูปกรณฑ์

วิธีทำ คูณเศษและส่วนด้วยพจน์สังยุคของตัวส่วนแต่ละตัว ได้

$$\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}-2} = 4\sqrt{15} + 8\sqrt{3}$$

$$\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} = 3\sqrt{15} + 3\sqrt{5}$$

ผลต่างจึงเป็น $8\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + \sqrt{15}$ ได้ $a = 8$, $b = -3$, $c = 1$ และ

$$2a + b - 3c = 16 - 3 - 3 = 10$$

ตอบ 10

ข้อ 9 ตำแหน่งที่เคลื่อนที่ได้ครบทุกทิศ

วิธีทำ จุดเริ่มต้นต้องอยู่ห่างจากขอบทั้งสองอย่างน้อย 3 ช่อง จึงเลือกแถวได้ตั้งแต่แถวที่ 4 ถึงแถวที่ 5 รวม 2 แถว และเลือกคอลัมน์ได้ตั้งแต่คอลัมน์ที่ 4 ถึงคอลัมน์ที่ 7 รวม 4 คอลัมน์

$$(8 - 2 \cdot 3)(10 - 2 \cdot 3) = 2 \cdot 4 = 8$$

ตอบ 8 ช่อง

ข้อ 10 ส่วนลดของค่าใช้จ่ายสองรายการ

วิธีทำ ค่าเช่าติดตั้งกล้องหลังลดราคาเท่ากับ $900(0.8) = 720$ บาท จึงจ่ายค่าเช่าชุดไฟ $1770 - 720 = 1050$ บาท ส่วนลดของชุดไฟเป็น $1500 - 1050 = 450$ บาท คิดเป็น

$$\frac{450}{1500} \cdot 100 = 30\%$$

ตอบ 30%

ข้อ 11 การแก้ไขค่าเฉลี่ย

วิธีทำ เมื่อแก้ไขข้อมูล ผลรวมของมวลเปลี่ยนไป

$$-2.4 + 1.2 + (12.5 - 17.3) = -6$$

ให้จำนวนกล่องเป็น N ผลรวมเดิมและผลรวมใหม่เท่ากับ $18.6N$ และ $18.4N$ จึงได้

$$18.6N - 18.4N = 6 \implies N = 30$$

ตอบ 30 กล่อง

ข้อ 12 พิสัย ฐานนิยม และมัธยฐาน

วิธีทำ ชุดแรกมีพิสัย $32 - 12 = 20$ และฐานนิยม 24 ชุดที่สองมีค่าสูงสุดเป็น 50 และค่าต่ำสุดเป็น $a - 4$

$$50 - (a - 4) = 20 + 8 \implies a = 26$$

ค่าเฉลี่ยของชุดที่สองเป็น $24 + 8 = 32$ จึงมี $2a + 2b + 46 = 160$ หรือ $a + b = 57$ ทำให้ $b = 31$ เรียงข้อมูลเป้าหมายได้ 22, 27, 28, 29, 31, 35, 40, 44 มัธยฐานจึงเท่ากับ $(29 + 31)/2 = 30$

ตอบ 30

ข้อ 13 ตำแหน่งเลขโดดในข้อความตัวเลข

วิธีทำ จำนวน 2, 4, 6, 8 ใช้เลขโดดรวม $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ตำแหน่ง ตั้งแต่ $n = 5$ ถึง $n = 49$ จำนวน $2n$ มีสองหลัก เมื่อเขียนถึงกลุ่มที่ N ในช่วงนี้ จำนวนเลขโดดสะสมจึงเป็น

$$10 + 2 \sum_{n=5}^N n = N(N+1) - 10$$

เมื่อ $N = 44$ ได้ 1970 ตำแหน่ง และเมื่อ $N = 45$ ได้ 2060 ตำแหน่ง ตำแหน่งที่ 2025 จึงเป็นตำแหน่งที่ 55 ในกลุ่มที่เขียน 90 ซ้ำ ตำแหน่งนี้ในกลุ่มนี้เป็นเลข 9

ตอบ 9

ข้อ 14 ผลต่างของพื้นที่ที่มีส่วนร่วม

วิธีทำ จาก $EF : OE = 4 : 3$ ได้ $EF = 16$ เมตร สามเหลี่ยม OEF เป็นมุมฉาก จึงได้รัศมี

$$OF = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

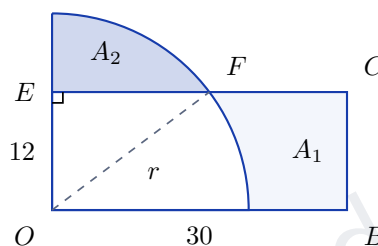
ให้พื้นที่ส่วนที่ซ้อนกันเป็น I จะมี

$$A_1 = 30(12) - I, \quad A_2 = \frac{1}{4}\pi(20)^2 - I$$

เมื่อลบกัน พื้นที่ร่วมถูกหักออกทั้งสองฝั่ง

$$A_1 - A_2 = 360 - 100\pi$$

ดังนั้น $a = 360$, $b = 100$ และ $a + b = 460$



ตอบ 460

ข้อ 15 การจัดชุดจากซองหลายขนาด

วิธีทำ แยกตามจำนวนซองขนาด 8 เมล็ด ซึ่งมีได้ 0 หรือ 1 ซอง ถ้าไม่มีซองขนาด 8 ให้จำนวนซองขนาด 4 เป็น $c = 0, 1, 2$ แต่ละกรณีเลือกจำนวนซองขนาด 3 ได้ตามตาราง ส่วนที่เหลือเติมด้วยซองขนาด 1

c	0	1	2
จำนวนวิธี	4	3	2

รวม 9 วิธี ถ้ามีซองขนาด 8 หนึ่งซอง จะเหลือ 3 เมล็ด จัดได้อีก 2 วิธี ได้แก่ซองขนาด 3 หนึ่งซอง หรือซองขนาด 1 สามซอง จึงมีทั้งหมด $9 + 2 = 11$ วิธี

ตอบ 11 วิธี

ข้อ 16 คะแนนรวมของการแข่งขัน

วิธีทำ จำนวนคู่แข่งคือ $\binom{5}{2} = 10$ คู่ ถ้าทุกคู่มีผู้ชนะ คะแนนรวมจะเป็น $10(4) = 40$ คะแนน แต่ผลเสมอหนึ่งคู่ให้คะแนนรวมเพียง 2 คะแนน จึงลดลงคู่ละ 2 คะแนน คะแนนรวมจริงคือ $3+3+5+6+13 = 30$ ดังนั้น

$$\text{จำนวนคู่ที่เสมอ} = \frac{40 - 30}{4 - 2} = 5$$

ตอบ 5 คู่

ข้อ 17 การเปลี่ยนสถานะสองครั้ง

วิธีทำ พหุคูณของ 6 มี 20 จำนวน พหุคูณของ 10 มี 12 จำนวน หมายเลขที่ถูกสลับสองครั้งเป็นพหุคูณของ $\text{lcm}(6, 10) = 30$ จึงมี 4 จำนวน หยอดที่ปิดคือหยอดที่ถูกสลับเพียงครั้งเดียว มีจำนวน

$$20 + 12 - 2(4) = 24$$

จึงมีหยอดที่เปิดอยู่ $120 - 24 = 96$ หยอด

ตอบ 96 หยอด

ข้อ 18 ปริมาตรและจำนวนเที่ยวขนส่ง

วิธีทำ ส่วนปริซึมสูง $8 - 3 = 5$ เมตร ความจุถังคือ

$$V = (6 \cdot 9)(5) + \frac{1}{3}(6 \cdot 9)(3) = 324$$

ต้องขนวัสดุ $\frac{2}{3}(324) = 216$ ลูกบาศก์เมตร รถหนึ่งคันขนได้สูงสุดวันละ $5(3) = 15$ ลูกบาศก์เมตร รถ 14 คันขนได้เพียง 210 ลูกบาศก์เมตร ส่วนรถ 15 คันขนได้ 225 ลูกบาศก์เมตร จึงต้องใช้รถอย่างน้อย 15 คัน

ตอบ 15 คัน

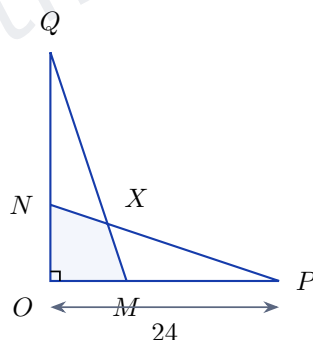
ข้อ 19 พื้นที่จากรูปสามเหลี่ยมสมนัย

วิธีทำ ความเท่ากันทุกประการให้ $OQ = OP = 24$ และ $ON = OM = 8$ วาง $O = (0, 0)$ และให้ $X = (x, y)$ โดยแกนตามแนว OP และ OQ ความคล้ายของสามเหลี่ยมมุมฉากบนเส้น QM และ PN ให้

$$\frac{x}{8} + \frac{y}{24} = 1, \quad \frac{x}{24} + \frac{y}{8} = 1$$

จึงมี $3x + y = 24$, $x + 3y = 24$ และได้ $x = y = 6$ แบ่งสี่เหลี่ยมตามเส้น OX เป็นสองสามเหลี่ยม จะมีพื้นที่

$$\frac{1}{2}(8)(6) + \frac{1}{2}(8)(6) = 48$$



ตอบ 48 ตารางเซนติเมตร

ข้อ 20 ตำแหน่งของตารางย่อย

วิธีทำ ถ้าเลื่อนจากช่องซ้ายบนลง i แถวและไปขวา j คอลัมน์ ค่าของช่องนั้นคือ $7 + 3i + 5j$ โดย i, j เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ ช่องซ้ายบนของรูปเป้าหมายมีค่า 82 จึงได้

$$3i + 5j = 75$$

พิจารณาเศษเมื่อหารด้วย 3 ได้ว่า j ต้องเป็นพหุคูณของ 3 และ $0 \leq j \leq 15$ ดังนั้น

$$j = 0, 3, 6, 9, 12, 15$$

ทั้งหาค่าให้ i เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ และค่าช่องอื่นตรงตามรูปเป้าหมายโดยอัตโนมัติ

ตอบ 6 ตำแหน่ง

ข้อ 21 พื้นที่กรอบกับผลต่างกำลังสอง

วิธีทำ พื้นที่กรอบให้

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = 315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

จำนวน 315 มีตัวประกอบบวก $(2 + 1)(1 + 1)(1 + 1) = 12$ ตัว และไม่เป็นกำลังสอง จึงจับคู่ตัวประกอบ $u < v$ ได้ 6 คู่ ทุกคู่เป็นจำนวนคู่ ทำให้

$$a = \frac{u + v}{2}, \quad b = \frac{v - u}{2}$$

เป็นจำนวนเต็มบวกและให้คู่ (a, b) ต่างกัน จึงมีทั้งหมด 6 คู่

ตอบ 6 คู่

ข้อ 22 ผลรวมช่องแบบขั้นบันได

วิธีทำ ให้ช่องซ้ายสุดในแถวบนของรูปขั้นบันไดมีค่า x เมื่อเลื่อนลงหนึ่งแถว ค่าจะเพิ่ม 10 และเมื่อเลื่อนไปขวาหนึ่งช่อง ค่าจะเพิ่ม 1 จำนวนทั้งห้าจึงเป็น

$$x, x + 1, x + 11, x + 12, x + 22$$

จากผลรวมได้ $5x + 46 = 411$ จึงมี $x = 73$ ซึ่งอยู่คอลัมน์ที่ 3 ทำให้รูปสามเหลี่ยมวางได้ครบ จำนวนที่มากที่สุดคือ $x + 22 = 95$

ตอบ 95

ข้อ 23 ระยะทางรวมของเส้นทางสองแบบ

วิธีทำ ผลต่างของพิกัดทั้งสองแกนมีขนาด 6 และ 8 เมตร

$$d_E(A, B) = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10, \quad d_G(A, B) = 6 + 8 = 14$$

ระยะทางรวมของการทดสอบจึงเท่ากับ

$$4(10) + 3(14) = 82$$

ตอบ 82 เมตร

ข้อ 24 ตำแหน่งสถานที่ให้ระยะรวมต่ำสุด

วิธีทำ ให้ $P = (x, y)$ ผลรวมระยะทางคือ

$$|x + 4| + |x - 6| + |y - 1| + |y - 8|$$

สองพจน์แรกมีค่าต่ำสุด 10 เมื่อ $-4 \leq x \leq 6$ และสองพจน์หลังมีค่าต่ำสุด 7 เมื่อ $1 \leq y \leq 8$ ตำแหน่งทั้งหมดจึงเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ารวมขอบ ซึ่งมีพื้นที่

$$(6 - (-4))(8 - 1) = 10(7) = 70$$

ตอบ 70 ตารางเมตร

ข้อ 25 เงื่อนไขที่ระยะทางสองแบบเท่ากัน

วิธีทำ ให้ $u = |x - 2|$, $v = |y + 3|$ ซึ่งไม่เป็นลบ เงื่อนไข $\sqrt{u^2 + v^2} = u + v$ เมื่อยกกำลังสองให้ $2uv = 0$ จึงต้องมี $x = 2$ หรือ $y = -3$ ตามแนวนอน ระยะไกลที่สุดคือ $2 - (-11) = 13$ เมตร ตามแนวตั้ง ระยะไกลที่สุดคือ $8 - (-3) = 11$ เมตร ดังนั้นระยะมากที่สุดเท่ากับ 13 เมตร โดยเกิดที่ $B = (-11, -3)$

ตอบ 13 เมตร

ข้อ 26 ระยะจากจุดถึงแนวรับส่ง

วิธีทำ ให้จุดปลายทางเป็น $(3 + u, -2 + v)$ เงื่อนไขเส้นตรงให้

$$2u + 3v = 18$$

ใช้สมบัติค่าสัมบูรณ์ จะได้

$$18 = |2u + 3v| \leq 2|u| + 3|v| \leq 3(|u| + |v|)$$

จึงมี $d_G = |u| + |v| \geq 6$ เลือก $u = 0, v = 6$ ได้จุดปลายทาง $(3, 4)$ ซึ่งอยู่บนเส้นตรงและมีระยะทาง 6 เมตร

ตอบ 6 เมตร

ข้อ 27 ผลรวมระยะทางบนแนวเส้นตรง

วิธีทำ เขียน $P = (t, -t)$ ผลรวมที่ต้องหาค่าต่ำสุดคือ

$$|t + 4| + |t + 7| + |t - 2| + |t + 5| + |t - 8| + |t - 1|$$

จุดเปลี่ยนเรียงเป็น $-7, -5, -4, 1, 2, 8$ จับคู่จากปลายทั้งสอง แต่ละคู่มีขอบเขตล่างตามระยะห่างระหว่างจุดเปลี่ยน

$$(8 - (-7)) + (2 - (-5)) + (1 - (-4)) = 15 + 7 + 5 = 27$$

เมื่อ $-4 \leq t \leq 1$ ทั้งสามคู่ให้ค่าต่ำสุดพร้อมกัน จึงได้ผลรวมระยะทางน้อยที่สุด 27 เมตร

ตอบ 27 เมตร